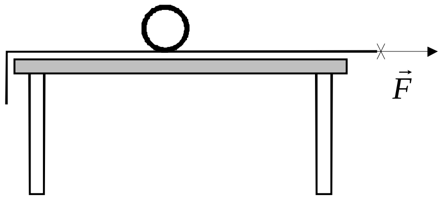
-EXERCICE 17.2-

• ENONCE :

« Tube sur une nappe que l'on tire »



On considère un cylindre creux, de masse M et de rayon R, qui peut rouler sur une nappe que l'on tire avec une force non précisée, mais telle qu'il n'y ait jamais glissement entre le cylindre et la nappe.
A t=0, la nappe et le cylindre sont immobiles.

Au bout d'un moment (avant que le tube ne tombe de la table…), on arrête de tirer sur la nappe ; comparer les distances parcourues par un point de la nappe et par le centre d'inertie G du tube.

Rq : pour les calculs, on pourra considérer que le moment d'inertie du tube par rapport à un axe passant par son centre d'inertie vaut : $J = MR^2$.

• CORRIGE :

« Tube sur une nappe que l'on tire »

• Prenons la table comme référentiel et choisissons un axe Ox horizontal, orienté dans le sens de la force $\vec{F}$ (le point O, « gravé » sur la table, coïncide avec le point de contact nappe-tube à t=0) ; le sens + des rotations sera le sens trigonométrique. Le TRC appliqué au cylindre donne :

$M\dfrac{dv_G}{dt}=T$, où v_G =vitesse du centre d'inertie G du tube/table, et T = projection sur Ox de la force appliquée par la nappe sur le tube ($T\neq 0$, puisqu'il y a roulement).

• Le TMC barycentrique conduit à :

$J\dfrac{d\omega}{dt}=R\times T$; en effet : si $T\succ 0$, cette force tend à faire tourner le cylindre dans le sens trigo, choisi comme sens +, et son moment est donc du même signe que T (qui est une valeur algébrique) ; le raisonnement est le même si $T\prec 0$. Enfin, ω est la vitesse de rotation du tube.

• On élimine T (qui n'est pas une donnée de l'énoncé) entre les 2 équations précédentes :

$J\dfrac{d\omega}{dt}=RM\dfrac{dv_G}{dt}$ $\Rightarrow$ après intégration et en tenant compte de $v_G=\omega=0$ à t=0, il vient :

$\boxed{J\omega(t)=RMv_G(t)}$; il faut maintenant éliminer $\omega(t)$ et introduire la vitesse de la nappe/table ; c'est la relation de RSG qui va nous servir (l'axe Oy sera vertical, orienté vers le haut ; l'axe Oz est orienté de manière directe à partir des 2 autres, compatible avec le sens + trigo : on ne répètera jamais assez que ces orientations, arbitraires pour certaines, doivent surtout être cohérentes entre elles, sous peine d'erreur(s) de signe(s) !) :

$\vec{v}_{glissement}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \vec{v}_{I_1\in nappe}=\vec{v}_{I_2\in tube}=\vec{v}_G+\overrightarrow{I_2G}\wedge\vec{\omega}=\vec{v}_G+R\omega\vec{e}_y\wedge\vec{e}_z=\vec{v}_G+R\omega\vec{e}_x$; sur Ox, on a :

$\boxed{v_{I_1\in nappe}=v_N=v_G+R\omega}$ (v_N sera **<u>la</u>** vitesse de la nappe, tous ses points ayant la même vitesse).

• Après élimination de $\omega(t)$, on obtient :

$v_N=v_G+\dfrac{MR^2}{J}v_G$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_G=\dfrac{J}{J+MR^2}\times v_N}$; en prenant $J=MR^2$, il vient : $\boxed{v_G=\dfrac{v_N}{2}}$

Rq1 : le tube s'arrête dès que l'on cesse de tirer sur la nappe.

Rq2 : $\dfrac{J}{J+MR^2}\succ 0$, mais $\prec 1$ $\Rightarrow$ le **tube** se **déplace** dans le **même sens** que la **nappe**, par rapport à la table, mais **moins vite** (il recule donc par rapport à la nappe, en tournant dans le sens **trigonométrique**).