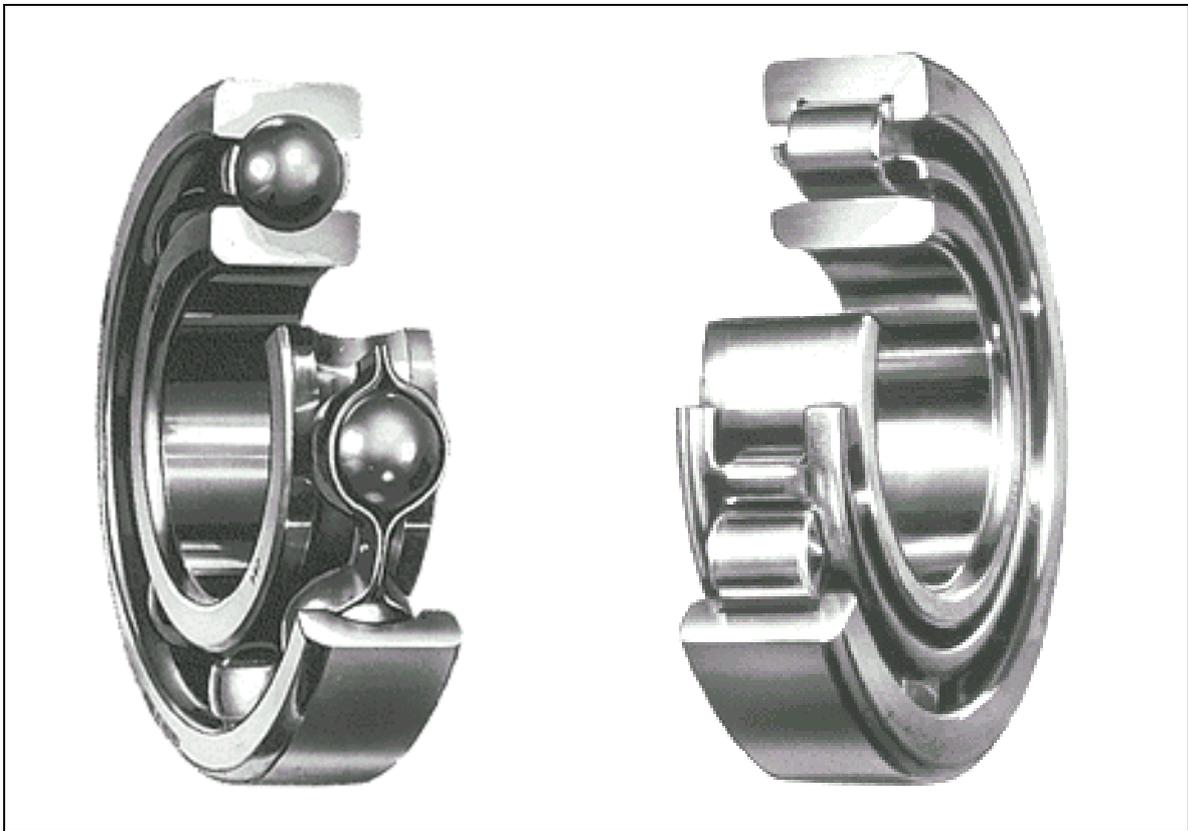


ETUDE D'UN MONTAGE DE ROULEMENT



Sciences industrielles

Sujet 1 : Enoncé

1.1 Remarques préliminaires

Le sujet comporte 5 pages de texte. La première partie est indépendante des deux autres, par contre, les deux dernières ne sont pas indépendantes. Certaines questions peuvent néanmoins être traitées séparément.

Une attention toute particulière sera apportée à la présentation du travail et à la clarté des explications.

1.2 Introduction

Les roulements constituent une famille très importante des éléments technologiques de base. Ils permettent de réaliser (généralement) des liaisons pivots où le couple résistant est très faible. Ils sont, sauf exception, montés par paire et réalisent chacun, une liaison rotule ou une liaison linéaire annulaire.

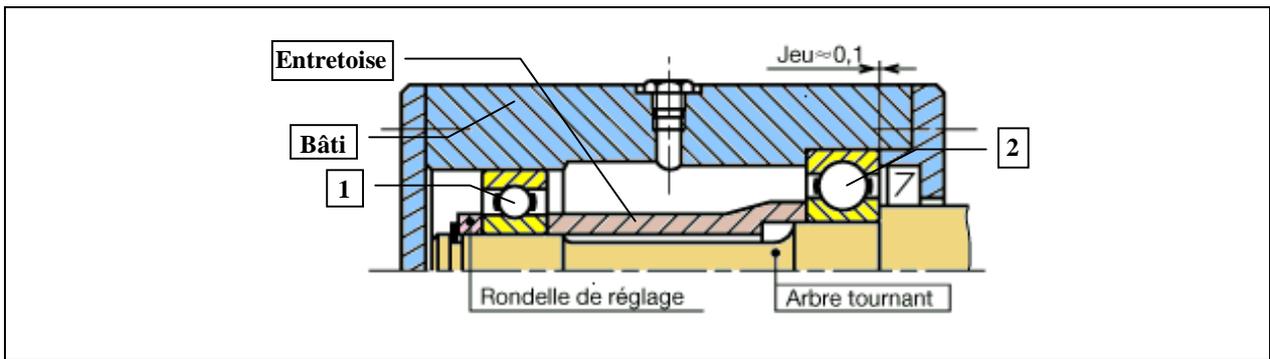


Fig. 1 : Montage de roulements pour arbre tournant

Dans le montage représenté figure. 1, la bague extérieure du roulement (1) est montée libre en translation par rapport au bâti. Le roulement (1) réalise alors une liaison linéaire annulaire entre l'arbre et le bâti. Les deux bagues du roulement (2) sont bloquées en translation, le roulement (2) réalise alors une liaison rotule entre l'arbre et le bâti.

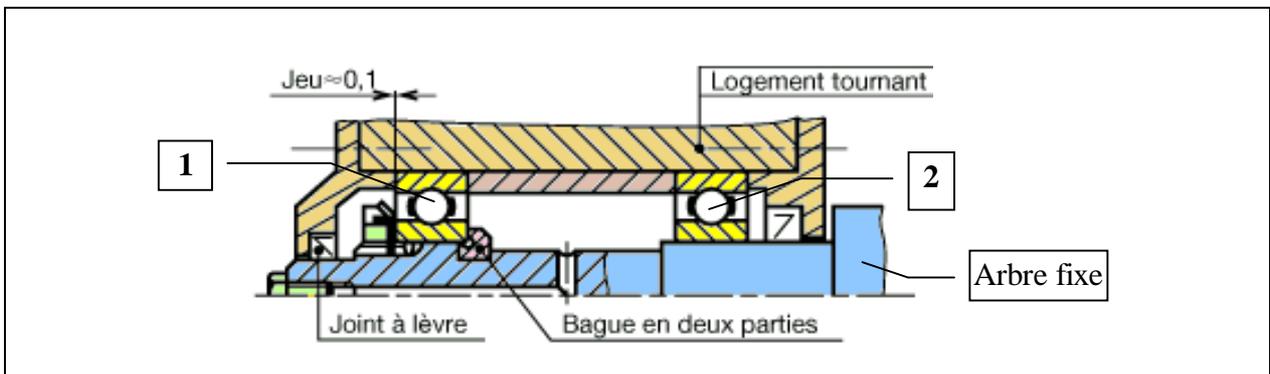


Fig. 2 : Montage de roulements pour arbre fixe

Dans le montage représenté figure. 2, la bague intérieure du roulement (2) est montée libre en translation par rapport à l'arbre fixe. Le roulement (2) réalise alors une liaison linéaire annulaire entre le logement tournant et le bâti. Les deux bagues du roulement (1) sont bloquées en translation, le roulement (2) réalise alors une liaison rotule entre l'arbre et le bâti.

Sujet 1 : Enoncé

1.3 Statique

La figure (3) suivante représente le schéma cinématique du montage de roulement de la Fig. (1). L'arbre (2) est en liaison linéaire annulaire de centre A et de direction \vec{x} et en liaison rotule de centre B avec le bâti (1). Il est muni à l'une de ses extrémités d'un pignon conique.

- 1) Déterminer la liaison réalisée entre le bâti (1) et l'arbre (2) par la somme en parallèle de la liaison linéaire annulaire et de la liaison rotule. Ecrire les caractéristiques géométriques de cette liaison et les torseurs cinématiques admissibles et d'action mécanique transmissible.

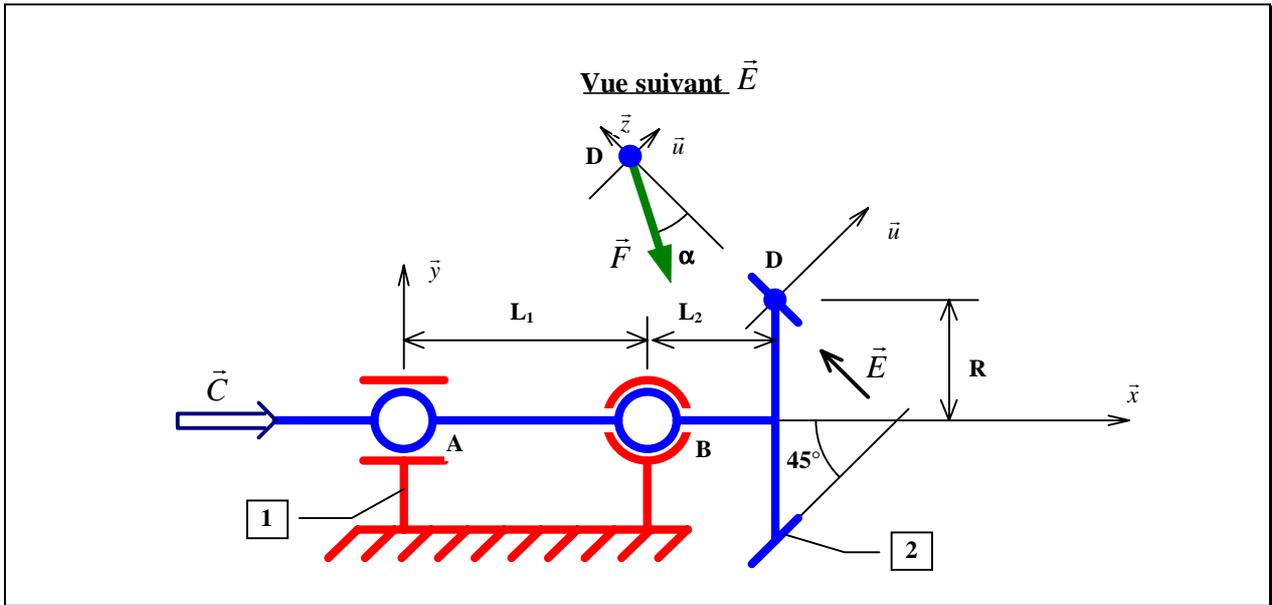


Fig. 3

L'arbre (2) est aussi soumis à deux actions mécaniques extérieures, un couple {C} de direction \vec{x} et un glisseur {F}. Ce glisseur modélise l'action mécanique transmise par un engrenage conique. L'axe de ce glisseur dépend des caractéristiques géométriques de l'engrenage conique et est défini par la figure (3). Le poids est négligé devant l'intensité des actions mécaniques transmises.

- 2) Exprimer en fonction de $F = \|\vec{F}\|$ et de α les coordonnées du vecteur \vec{F} en projection dans la base $B: (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Les torseurs d'action mécanique transmissible par les liaisons entre le bâti et l'arbre sont les suivants :

$$\left\| \begin{array}{l} T_{1/2}^A : \left\{ \begin{array}{l|l} 0 & 0 \\ A_y & 0 \\ A_z & 0 \end{array} \right\}_{(A;B)} \quad \text{et} \quad T_{1/2}^B : \left\{ \begin{array}{l|l} B_x & 0 \\ B_y & 0 \\ B_z & 0 \end{array} \right\}_{(B;B)} \end{array} \right.$$

- 3) Faire l'inventaire des actions mécaniques appliquées à l'arbre (2). Le solide (2) étant considéré en équilibre, appliquer le principe fondamental de la statique (écrire les équations scalaires).
- 4) Le couple {C} étant connu, calculer F et les torseurs d'action mécanique transmis par les liaisons entre l'arbre et le bâti.

Sujet 1 : Enoncé

1.4 Cinématique

Dans le montage de roulement de la figure 2, l'arbre est considéré comme fixe. Les bagues extérieures sont animées d'un mouvement de rotation d'axe fixe par rapport aux bagues intérieures et les pièces sont en mouvement plan. Le vecteur unitaire \vec{u} est défini comme étant colinéaire au vecteur \vec{AC} et sa rotation est repérée par l'angle α . Le mouvement de rotation de la bague extérieure par rapport à la bague intérieure est paramétré par un angle θ non représenté sur le schéma, tel que $\theta = 0$ lorsque \vec{u} est égale à \vec{x} .

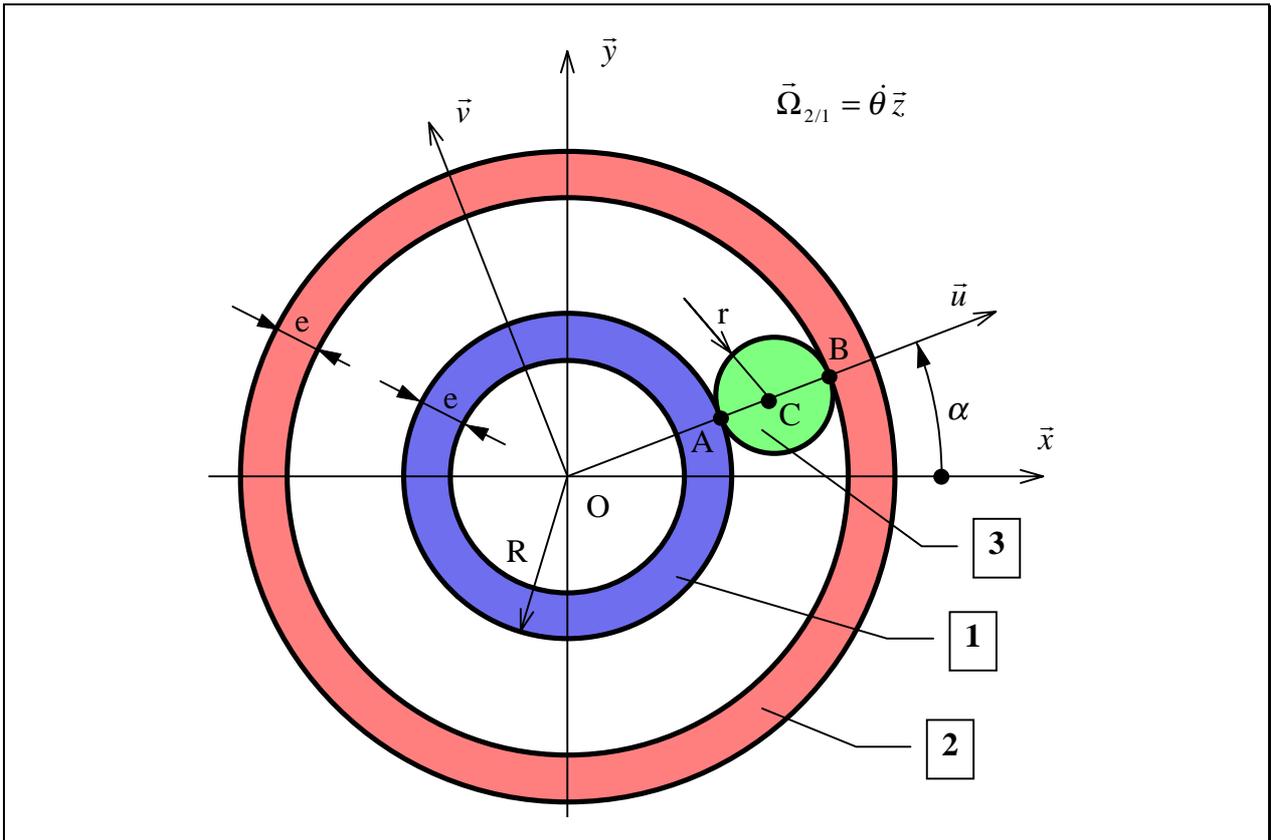


Fig. 4 : géométrie et paramétrage

- 1) Calculer la $\vec{V}_{(B \in 2/1)}$ en fonction de $\dot{\theta}$.
- 2) Sachant qu'il y a roulement sans glissement en B entre le solide (3) et le solide (2), en déduire $\vec{V}_{(B \in 3/1)}$. Sachant, qu'il y a aussi roulement sans glissement en A entre le solide (3) et le solide (1), calculer $\vec{\Omega}_{3/1}$ en fonction de $\dot{\theta}$ et des caractéristiques géométriques.
- 3) Ecrire les éléments de réduction du torseur cinématique du mouvement de 3/1
- 4) Calculer $\vec{V}_{(C \in 3/1)}$ en fonction $\dot{\theta}$ et des caractéristiques géométriques d'une part et en fonction de $\dot{\alpha}$ d'autre part. En déduire la relation entre α et θ .
- 5) Soit la base $B_4: (\vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ et le repère $R_4: (O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$, on pose $\vec{\Omega}_{i/j} = \omega_{i/j} \cdot \vec{z}$. Calculer $\frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/4}}$.

Développer les vitesses de rotation par rapport à 1 et en déduire $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\theta}$

Sujet 1 : Enoncé

1.5 Cinétique

Lors de vitesses de rotation très importantes, il est intéressant d'étudier d'un point de vue dynamique un roulement à bille. Il faut préalablement calculer le torseur cinétique.

1.5.1 ETUDE PLANE

Le roulement étudié ici est un roulement à rouleaux (Cf. première page) et il est dans un premier temps considéré comme plan. Sa géométrie est définie par la figure 4 de la partie C. Les pièces sont considérées d'épaisseur nulle et de masse surfacique μ . Le mouvement est un mouvement plan.

- 1) Calculer la matrice d'inertie d'un disque de rayon r en un point qui vous simplifie le plus les calculs et la structure de la matrice et dans une base tel que \vec{z} est perpendiculaire au plan du disque. Mettre la masse m du disque en facteur.
- 2) En déduire la matrice d'inertie de la bague intérieure et celle de la bague extérieure du roulement en fonction des caractéristiques géométriques et en projection sur la base $B:(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ de la figure 4. Factoriser par la masse M et la masse M' de la bague extérieure et de la bague intérieure.
- 3) Calculer le torseur cinétique de la bague (2) par rapport au solide (1) en fonction de $\dot{\theta}$ et des caractéristiques géométriques du roulement.
- 4) Calculer le torseur cinétique d'une rouleau (plan) par rapport à (1) en fonction de $\dot{\theta}$ et des caractéristiques géométriques du roulement.
- 5) Calculer enfin le torseur cinétique du roulement (plan) composé des deux bagues et de n rouleaux par rapport à l'arbre fixe en fonction de $\dot{\theta}$ et des caractéristiques géométriques du roulement.

1.5.2 ETUDE VOLUMIQUE

Le roulement étudié ici est un roulement à billes, sa géométrie est aussi définie par la figure 4 de la partie précédente. Les bagues sont modélisées en première approximation par des tubes cylindrique de révolution d'épaisseur e et de longueur l . Le matériau constituant des pièces est de masse volumique ρ .

- 1) Calculer la matrice d'inertie au point A d'une bille de rayon r en projection sur la base B_4 .
- 2) Calculer le torseur cinétique du roulement à billes composé des deux bagues et de n billes par rapport à l'arbre fixe.