

# Modèles mathématiques en hydraulique et en hydrologie

par **Jean A. CUNGE**

*Docteur-Ingénieur de l'Université de Grenoble  
Diploma of Imperial College (DIC), Université de Londres  
Ingénieur diplômé de l'École Polytechnique de Varsovie  
Directeur de Recherche et Marketing au Laboratoire d'Hydraulique de France,  
Echirolles-Grenoble*

<b>1. Notions de modèles mathématiques</b> .....	C 180 - 2
1.1 Modèle mathématique, concept général.....	— 2
1.2 Modèle mathématique en hydraulique/hydrologie.....	— 2
<b>2. Champs d'application : du coup de bélier au bassin versant</b> .....	— 4
2.1 Rappel d'applications courantes en hydraulique.....	— 4
2.1.1 Coup de bélier et réseaux maillés.....	— 4
2.1.2 Écoulements non stationnaires à surface libre dans les canaux, rivières, estuaires et zones côtières.....	— 4
2.1.3 Nappes phréatiques.....	— 6
2.1.4 Convection-diffusion de la pollution.....	— 8
2.2 Exemples de développements récents.....	— 9
2.2.1 Modélisation tridimensionnelle des écoulements souterrains.....	— 9
2.2.2 Modélisation sédimentologique à granulométrie étendue.....	— 9
2.3 Modèles hydrologiques distribués de bassins versants.....	— 11
2.3.1 Modèles hydrologiques de la transformation pluie/débit.....	— 11
2.3.2 Un exemple : le Système Hydrologique Européen (SHE).....	— 11
<b>3. Hydraulique numérique</b> .....	— 12
3.1 Domaine de l'hydraulique numérique.....	— 12
3.2 Réglage, validation et vérification des modèles.....	— 12
<b>4. Évolution de l'utilisation des modèles : du calcul à l'hydroinformatique</b> .....	— 14
4.1 Systématisation historique.....	— 14
4.2 Lien entre modélisation et matériel.....	— 14
4.3 Technologie de l'information et modèles. Hydroinformatique.....	— 15
<b>5. Besoins et perspectives</b> .....	— 15
5.1 Modélisation.....	— 15
5.1.1 Morphologie des rivières et des zones côtières.....	— 15
5.1.2 Problèmes tridimensionnels - turbulence.....	— 16
5.2 Systèmes multimodèles/multiméthodes.....	— 16
5.3 Marché des progiciels : situation, évolution, qualité.....	— 18
<b>Pour en savoir plus</b> .....	Doc. C 180

**L**es modèles mathématiques en hydraulique et hydrologie sont des outils couramment employés par les ingénieurs. On recherchera notamment des informations plus détaillées sur les modèles mathématiques en hydraulique maritime dans le chapitre **Modèles en hydraulique maritime** [C 182] et sur les modèles mathématiques en hydraulique fluviale dans le chapitre **Modèles**

**hydrauliques fluviaux** [C 184] de ce traité. Dans ce qui suit, on tâchera de fournir une perspective plus générale de la modélisation, suivie de la description d'un certain nombre de champs d'application et des points de vue sur les liens de la modélisation avec l'hydraulique numérique. On franchira également un pas supplémentaire en esquissant la place des modèles dans les systèmes hydroinformatiques plus larges, tels que les systèmes d'aide à la décision, d'aide à la gestion des risques et des ressources en eau. Nous tâcherons aussi de préciser la distinction entre modèles, programmes et progiciels, et de fournir une esquisse de la situation actuelle en ce qui concerne les outils disponibles sur le marché.

## 1. Notions de modèles mathématiques

### 1.1 Modèle mathématique, concept général

Un modèle est, par définition, une conceptualisation de la réalité, une certaine image de la réalité que nous nous créons – une image incomplète et partielle, comprenant des caractéristiques, des attributs de la réalité qui nous intéressent en particulier ou que nous avons la chance (ou la possibilité) de connaître. Un modèle mathématique est un ensemble de concepts d'intérêt formalisés sous la forme d'expressions mathématiques. Un modèle numérique serait une méthode de résolution des expressions (équations) mathématiques conceptualisant la réalité dans les limites de notre intérêt. Ainsi, pour la plupart des applications d'ingénieur, le modèle newtonien décrit parfaitement bien le domaine de la mécanique, bien que nous le sachions conceptuellement limité par rapport à d'autres conceptions possibles (par exemple, mécanique einsteinienne). Le terme « modèle » est un terme générique – un modèle peut être déterministe, statistique, stochastique, etc.

Qu'il s'agisse de l'hydraulique ou de l'hydrologie, on peut diviser les modèles employés en trois grandes classes : modèles déterministes, « boîtes noires », modèles stochastiques et statistiques.

#### ■ Modèles mathématiques déterministes

Ils sont basés sur des lois physiques, plus ou moins complexes et approchant plus ou moins la réalité. Le mécanisme de la transformation de la pluie tombant sur un bassin versant en débit à l'exutoire peut être conceptualisé par un réservoir (ou par une cascade de plusieurs réservoirs) dont le volume varie en fonction de l'entrée et de la sortie. Il s'agit bien là d'un modèle déterministe, basé sur la loi de continuité. Le même concept peut s'appliquer à la propagation de crues le long d'un tronçon de rivière. Mais il s'agit d'un modèle grossier ; à supposer qu'il donne des résultats satisfaisants pour une série d'événements pluvieux (ou de crues), ces résultats ne seront plus valables lorsque les caractéristiques du bassin (ou de la rivière) seront modifiées. Un reboisement (ou un endiguement) changerait complètement le débit à l'aval et ce changement ne saurait être prédit par le modèle d'origine. Si la même transformation est conceptualisée par l'ensemble des lois physiques décrivant les phénomènes d'interception-évapotranspiration par la couverture végétale, infiltration, ruissellement, propagation dans les cours d'eau et écoulement souterrain, on aura alors affaire à un modèle qui sera toujours déterministe, mais qui pourra prédire le résultat d'actions humaines telles que le reboisement. De même pour une rivière, la conceptualisation correcte des effets dynamiques et de la

résistance, en plus de la loi de continuité, permettra d'obtenir un modèle déterministe plus général que celui de réservoirs.

Dans la littérature, on oppose souvent la notion de modèles déterministes à celle de modèles conceptuels – cela n'a pas de sens : tous les modèles déterministes sont conceptuels. Il faut plutôt se poser la question de savoir quelles sont les lois physiques auxquelles correspond la conceptualisation de la réalité par un modèle.

#### ■ Modèles mathématiques du type « boîte noire »

Ils sont fondés sur l'idée d'une transformation entre « entrée » et « sortie » d'un « système », cette transformation étant le plus souvent décrite par des équations différentielles ordinaires, linéaires ou non linéaires. Sans trop se poser la question de savoir si la transformation physique réelle est vraiment approchée par de telles équations, on « ajuste » leurs coefficients en utilisant les observations du passé. L'identification de fonctions de transfert est un exemple de cette approche. Il est clair que ces modèles, qui n'ont aucune relation interprétable avec la physique du phénomène, ne peuvent être prédictifs que dans la plage des observations passées et à condition que le système lui-même reste inchangé (cf. les remarques précédentes concernant le reboisement ou l'endiguement). Il est à noter qu'une conceptualisation de type « boîte noire » peut correspondre à un modèle déterministe : par exemple, l'étude d'une série de réservoirs peut se faire au moyen d'équations que l'on peut traiter comme un système « boîte noire » ou « fonction de transfert ». Et il arrive qu'un utilisateur, ignorant ce fait, ne puisse interpréter pleinement ou convenablement les résultats obtenus.

#### ■ Modèles mathématiques stochastiques et statistiques

Ils ressemblent dans leur concept aux « boîtes noires ». Il s'agit de trouver des relations corrélatives entre les « entrées » et les « sorties » en utilisant des méthodes statistiques fondées sur des échantillons significatifs de données observées dans le passé. Bien entendu, les limitations concernant les capacités prédictives de tels modèles restent identiques à celles émises pour les « boîtes noires » : toute modification du « système » ou des « entrées » hors la plage des observations antérieures invalide en principe les résultats obtenus.

### 1.2 Modèle mathématique en hydraulique / hydrologie

Ce que l'on appelle en langage courant d'ingénieur « un modèle mathématique » est généralement un **progiciel** dont le cœur consiste en un programme permettant de résoudre numériquement une ou plusieurs équations, le plus souvent différentielles ou intégrales, mais aussi algébriques, souvent non linéaires. Ce cœur peut correspondre aussi bien à une conceptualisation déterministe

de la réalité qu'au principe d'une « boîte noire » ou à une méthode statistique.

Une application à un lieu géographique déterminé (bassin versant, rivière, réseau de conduites, nappe...) est un **modèle « dédié »** qui implique des données spécifiques au lieu (sections en travers, profil longitudinal, dimensions des conduites, rugosité, caractéristiques du milieu poreux). Un progiciel comprenant le « cœur » algorithmique nécessaire pour résoudre un ensemble d'équations décrivant le phénomène considéré permet de construire autant de modèles dédiés qu'on le désire, chacun d'eux étant caractérisé par ses données particulières.

Par comparaison, un modèle réduit (cf. chapitres *Modèles en hydraulique maritime* [C 182] et *Modèles hydrauliques fluviaux* [C 184]) est presque toujours un modèle dédié à une application spécifique et, s'il permet d'étudier des variantes d'ouvrages ou des changements de cette réalité, chaque modification sera limitée et liée à un lieu ou à un ouvrage particulier. Un modèle réduit d'un bief du Rhône ne pourra être utilisé tel quel pour étudier un bief du Rhin.

Il faut toutefois souligner l'analogie qui existe entre modèle mathématique dédié et modèle réduit. Un modèle mathématique dédié doit, en règle générale, être ajusté d'une manière analogue à celle dont on ajuste un modèle réduit. En effet, les lois fondamentales exprimées par les équations sont souvent empiriques ou comprennent des coefficients empiriques susceptibles de varier d'un cas à l'autre. Il convient donc de comparer les phénomènes observés avec les résultats de calculs effectués sur modèles en utilisant diverses valeurs des coefficients, et de choisir les valeurs permettant d'obtenir la meilleure reproduction de la réalité. On ajustera ainsi les valeurs des coefficients de pertes de charge et de rugosité d'une rivière, les coefficients d'infiltration dans le sol, etc. Cette phase d'**ajustement** (appelée aussi de **réglage** ou de **calage**) d'un modèle est comparable à celle nécessaire pour régler les modèles réduits. Dans certains cas, elle est pratiquement inexistante, par exemple pour les modèles de distribution des débits dans les réseaux maillés ou pour la simulation des écoulements transitoires dans les conduites (coups de bélier). Dans la majorité des cas, elle constitue l'essentiel de l'étude, tant du point de vue de la qualité des résultats que de celui des coûts.

Dans les années 60, certains pensaient que les modèles mathématiques prendraient rapidement la place occupée par les modèles réduits. Depuis, on a accepté l'idée que chacune des deux techniques possède son domaine d'application, même s'il existe des zones de recouvrement. Malgré tous les progrès qui ont été faits sur le plan théorique (pour mettre en place des systèmes fermés de lois-équations), numérique (pour développer des méthodes acceptables de résolution) et matériel (pour construire des ordinateurs de plus en plus puissants), un problème d'écoulement tridimensionnel chargé de sédiments au voisinage d'ouvrages hydrauliques sera traité par modèle réduit physique non distordu plutôt que par modèle mathématique, et cela pendant encore longtemps.

L'apparition du calcul et des modèles dans les techniques de l'ingénieur ne date pas d'hier. Il n'y a pas de différence fondamentale entre les calculs effectués en employant la règle à calcul et ceux effectués par les ordinateurs, du moins du point de vue du mathématicien. Mais la puissance des moyens disponibles a engendré le développement de modèles conceptuels bien plus proches de la réalité physique. Dans les années 50-60, on se satisfaisait de la description de l'écoulement dans un réservoir ou derrière un barrage par une courbe de remous statique, dans un canal souvent idéalisé par une section géométriquement régulière, par exemple parabolique (un modèle conceptuel simplifié à l'extrême pour situation physique très complexe). On pouvait retirer d'un tel modèle mathématique les cotes maximales le long de la retenue et proposer la cote d'arase des digues. Aujourd'hui, on s'attend à pouvoir reproduire par le calcul la propagation des ondes et à obtenir, à chaque point et à chaque instant, les valeurs du niveau de la surface libre, du débit et de la vitesse moyenne, quelles que soient les manœuvres effectuées par les vannes, ou les débits des crues

entrant dans le réservoir, tout en tenant compte de la géométrie réelle. La capacité accrue des moyens de calcul a entraîné un développement considérable de la conceptualisation, celle-ci passant de la courbe de remous, donc de l'écoulement stationnaire (permanent), à l'écoulement transitoire. Pour pouvoir simuler ce dernier, il ne suffit pas de posséder un ordinateur rapide et de connaître les équations (ces dernières, pour le problème en question, ont été publiées par de Saint-Venant en 1871). Il faut également disposer d'un algorithme permettant de résoudre numériquement ces équations pour lesquelles, lorsqu'il s'agit de situations réelles géométriquement complexes, il n'existe pas de solutions analytiques fermées. Il est vrai que des algorithmes visant à résoudre ce problème ont été développés en 1889 (méthode des caractéristiques, par Massau) et en 1927 (différences finies selon un schéma explicite par Courant, Friedrichs et Lewy). Mais il a fallu attendre la demande générée par l'utilisation des ordinateurs pour que les chercheurs proposent des méthodes numériques vraiment adaptées à ces équations (Stoker en 1953 pour lancer l'idée, Preissmann en 1961 pour mettre en œuvre le schéma implicite des différences finies).

Ainsi l'apparition des moyens informatiques fut à la base du développement de la conceptualisation hydraulique, celle-ci poussant au progrès des mathématiques appliquées (et notamment des méthodes numériques) lesquelles, à leur tour, influèrent sur la conceptualisation hydraulique.

En revenant à l'exemple du réservoir et en prenant en compte le problème de sa construction, puis celui de sa gestion, on ne se contentera plus désormais de l'approche décrite ci-avant qui se limite à la connaissance de l'évolution de sa surface libre, des vitesses moyennes et des débits. On voudra connaître les phénomènes de stratification verticale due aux différences de température et de densité (par exemple, en cas d'arrivée de sédiments fins en suspension) ; on se demandera comment va varier, dans le temps et en fonction des facteurs extérieurs (saisons, pratiques agricoles, rejets industriels...), la qualité de l'eau en trois dimensions, à quoi on pourra s'attendre au niveau des prises d'eau et comment les rejets influenceront sur la qualité de cette eau. Si l'on peut aujourd'hui répondre, du moins partiellement, à ces questions, c'est grâce aux interactions « en spirale ascendante » entre conceptualisation, hydraulique numérique et moyens informatiques. Cette évolution, qui a fait suite à la pénétration de la société postindustrielle par les technologies de l'information, réclame maintenant que les résultats de la modélisation soient intégrés aux raisonnements des sociologues, des économistes, puis appliqués pour une meilleure gestion de notre environnement par les décideurs politiques, les élus et les administrateurs. On assiste à une banalisation de l'utilisation de résultats obtenus par les techniques, lesquelles sont, par ailleurs, loin d'être entièrement au point ou à 100 % fiables.

Un ingénieur utilisateur de modèles s'aperçoit que les informations dont il dispose à partir de modèles sont qualitativement différentes des informations qui ont servi à construire et mettre en œuvre ces mêmes modèles. Il peut mieux comprendre ce qui se passe s'il dispose d'un outil lui permettant d'une part d'analyser l'influence de chaque facteur et d'autre part de synthétiser les informations fournies. Une interface conviviale homme-machine, combinée aux modèles, intègre et synthétise la masse des informations fournies, de telle sorte que le système crée **des informations ajoutées** par rapport aux informations collectées et/ou entrées dans le système. Au niveau le plus bas, il s'agit de la possibilité d'effectuer des calculs de sensibilité, de créer des statistiques à partir de solutions obtenues pour des variantes de données aux limites, etc. Au niveau plus élevé, il s'agit d'une meilleure compréhension des phénomènes physiques permettant de proposer des solutions meilleures, des aménagements, une meilleure gestion, des protections.

Pour un décideur, ou pour le public (au sens large), cette « valeur informative ajoutée » est bien plus importante encore et une nouvelle interaction s'amorce entre les systèmes de modélisation et la demande sociale. Ces deux aspects mènent à une branche de la tech-

nologie de l'information à laquelle tout récemment (vers 1991-1992) on a donné le nom d'hydroinformatique (§ 4.3)

## 2. Champs d'application : du coup de bélier au bassin versant

### 2.1 Rappel d'applications courantes en hydraulique

#### 2.1.1 Coup de bélier et réseaux maillés

##### 2.1.1.1 Coup de bélier

La modélisation mathématique est devenue une approche classique dans ce domaine, qu'il s'agisse d'élaborer des projets d'installations ou de les gérer, une fois construites. Les applications classiques concernent des réseaux destinés à transporter l'eau (réseaux d'irrigation, conduites forcées d'usines hydroélectriques, réseaux d'eau potable). Ces réseaux peuvent être très complexes, soit du point de vue topologique (grand nombre de tronçons, maillage), soit du fait des éléments qu'ils contiennent (réseaux équipés en turbines, pompes, régulateurs, protections contre les effets de coup de bélier). Néanmoins, pour ce type d'applications, on trouve sur le marché des outils fiables. La situation devient moins claire lorsqu'il s'agit de situations où peuvent apparaître : cavitation, écoulements biphases, problèmes thermiques, rupture de canalisations. Ainsi, au-delà du domaine classique évoqué ci-avant, l'ingénieur doit faire face à une difficulté de choix de la conceptualisation, de la méthode, du logiciel, du matériel informatique.

À la base des modèles mathématiques de propagation des ondes de pression dans les canalisations (coup de bélier) on trouve soit la méthode de Bergeron (cf. chapitre *Mécanique des fluides* [A 1 870] dans le traité *Sciences fondamentales*), soit, plus récemment, la méthode des différences finies (cf. article spécialisé dans le traité *Sciences fondamentales*). La première est une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles décrivant la propagation des ondes dans les conduites non rigides. Elle a fait ses preuves au niveau des calculs graphiques bien avant que l'on songe à l'appliquer aux ordinateurs. La différence qualitative de la méthode numérique, du point de vue de l'ingénieur, vient de la capacité des logiciels à traiter des centaines de conduites tout en simulant les ouvrages (pompes, turbines, régulateurs, etc.), alors que la méthode graphique ne permettait de s'attaquer qu'à des réseaux comprenant quelques (deux, trois) conduites.

La difficulté d'élaborer un bon logiciel de calcul de coup de bélier pour une situation classique (écoulement d'eau sans cavitation) ne réside pas dans l'algorithme relatif à la propagation de l'onde de pression. La qualité du logiciel sera déterminée par la simplicité ou la complexité de la définition non ambiguë des connexions du réseau, par la détermination de la séquence de calcul des tronçons, par la prise en compte de divers dispositifs (vannes, clapets, pompes, turbines) et, bien entendu, par sa manière de présenter les résultats, tâche qui est loin d'être facile lorsque l'on étudie la propagation des ondes dans un réseau maillé complexe avec de nombreux dispositifs.

**Nota** : il est néanmoins conseillé à l'utilisateur d'un logiciel de bien se renseigner sur l'algorithme de base et sur la manière dont ce logiciel prend en compte l'action des divers dispositifs. En effet, une interface spectaculairement conviviale, très importante par ailleurs, ne peut à elle seule être garante de la qualité d'un outil et peut même en cacher les défauts plus fondamentaux.

##### 2.1.1.2 Réseaux maillés

On peut ici reprendre pour une bonne part les remarques faites ci-avant au sujet du coup de bélier. L'objectif principal au niveau d'un projet est de minimiser le diamètre des conduites (donc le coût) tout en satisfaisant à des contraintes de pression et de débit. Ainsi, il est essentiel de connaître le débit (il s'agit d'un problème stationnaire, l'écoulement est permanent) dans chaque canalisation d'un réseau maillé qui peut comprendre plusieurs milliers de nœuds. L'objectif premier, au niveau de la gestion d'un réseau, est la rapidité de calcul en fonction de l'état des dispositifs (vannes) et de la demande, qui est variable – cela afin de fournir au gestionnaire soit l'état actuel, soit l'état futur du réseau (répartition des débits et des pressions). Un autre objectif du gestionnaire, de plus en plus souvent mis en exergue, est la simulation de la qualité de l'eau distribuée. Cela devient très important lorsque l'eau potable distribuée par un réseau provient de sources de qualités différentes ou encore lorsque l'on se trouve devant une pollution partielle de la ressource ; il s'agit alors de protéger rapidement l'utilisateur.

Le problème algorithmique consiste à disposer d'une méthode numérique assurant la rapidité de calcul, notamment en présence d'ouvrages de contrôle (vannes) dont l'état est variable. Les algorithmes sont fondés sur des méthodes de résolution des équations algébriques non linéaires (qui expriment la relation existant entre pression et débit ainsi que la continuité des débits aux nœuds du réseau) par les itérations. On en vient alors aux problèmes de rapidité de calcul et de précision de convergence. La convergence de calcul est plus ou moins rapide suivant la configuration topologique et les dimensions du réseau, mais aussi en fonction de l'état du réseau : un algorithme peut se montrer très lent à partir d'un certain nombre de mailles. Un autre peut être très efficace dans la majorité des cas mais devenir inutilisable pour certaines positions des vannes. C'est le cas de la méthode classique de Hardy-Cross lorsque, d'un calcul à l'autre, des vannes de contrôle sont fermées, coupant certaines mailles. La précision est également importante : si la correction d'une itération à l'autre est plus faible que l'erreur par rapport au réseau équilibré, quel est le critère de convergence à définir ?

**Nota** : les logiciels que l'on trouve sur le marché présentent en général les aspects conviviaux de leurs interfaces d'utilisateurs permettant de négliger les difficultés provenant de la complexité topologique d'un réseau. Mais il faut être très vigilant et bien vérifier leurs limites d'application. Les outils développés pour le marché visant des projets de petits et moyens réseaux peuvent être inadaptés aux projets ou à la gestion des réseaux importants.

#### 2.1.2 Écoulements non stationnaires à surface libre dans les canaux, rivières, estuaires et zones côtières

Le domaine physique des écoulements non stationnaires à surface libre est très vaste. On peut le subdiviser en domaines : fluvial, lacustre et maritime. On peut parler des écoulements dans les canaux et rivières (ondes des crues, ressauts mobiles, mascaret, ondes des ruptures des ouvrages, ondes dues aux manœuvres rapides des vannes et turbines) et des écoulements dans les zones côtières (marées, houle, courants induits par la houle), etc. Pour tous ces domaines, des modèles mathématiques ont été élaborés et appliqués. Dans le présent chapitre on sera très restrictif : seuls les écoulements pouvant être conceptualisés par les équations fondées sur les hypothèses de Saint-Venant seront considérés. Le lecteur se reportera aux chapitres *Modèles hydrauliques fluviaux* [C 184] et *Modèles en hydraulique maritime* [C 182] pour les détails et notamment les applications des modèles en question. Par ailleurs, pour simplifier l'exposé, on se concentrera sur les problèmes unidimensionnels en ne faisant que mentionner les points importants et spécifiques des problèmes bidimensionnels.



2.1.2.1 Modélisation unidimensionnelle

Du point de vue théorique, on peut dériver les équations des écoulements unidimensionnels qui nous intéressent ici de deux manières :

- on peut partir des équations complètes tridimensionnelles de Navier-Stokes et, en passant par une cascade d'hypothèses simplificatrices, arriver aux équations différentielles partielles dites « en eau peu profonde » ;

- ou bien l'on peut partir des hypothèses énoncées par de Saint-Venant et construire des équations exprimant les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans un volume de contrôle **fini**, limité par deux sections en travers d'une rivière séparées par une distance **finie**, par le lit de la rivière et par la surface libre.

Cette deuxième façon de procéder est très utile car on met alors clairement en évidence toutes les hypothèses physiques utilisées, à savoir :

- dans une section transversale, la vitesse longitudinale est uniforme et la surface libre horizontale ;
- la répartition des pressions sur une verticale est hydrostatique ;
- les pertes de charge, quelle que soit leur nature, peuvent être exprimées par les formules de l'écoulement permanent (formule Manning-Strickler, Chézy, etc., cf. chapitres *Modèles hydrauliques fluviaux* [C 184] et *Alimentation en eau. Adduction et distribution* [C 5 195] dans ce traite) ;
- la pente longitudinale est faible ;
- la densité de l'eau est constante.

Il en résulte que deux variables, dépendant de l'espace et du temps (par exemple, la vitesse  $u(x, t)$ , uniforme dans la section, et l'élévation de la surface libre  $z(x, t)$ , horizontale transversalement), suffisent pour définir l'écoulement dans une section en travers d'une rivière. Or, les hypothèses énoncées permettent d'écrire, pour un volume de contrôle entre deux sections éloignées d'une distance finie, trois relations intégrales exprimant la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, indépendamment de la forme de la section ou de toute autre hypothèse. Le problème est donc surdéterminé et deux représentations fermées sont possibles : continuité de la masse et de la quantité de mouvement ou continuité de la masse et de l'énergie. Lorsque l'une des deux variables d'état de l'écoulement subit une discontinuité (par exemple, ressaut hydraulique), ces deux représentations ne sont pas équivalentes et seule la première est correcte physiquement. Si, par contre, les deux variables de l'écoulement, ainsi que les fonctions décrivant les caractéristiques géométriques du lit sont continues et dérivables, on s'aperçoit alors que les équations différentielles exprimant la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie sont équivalentes.

■ L'importance de la démarche ne devient claire que si l'on considère un logiciel de simulation des écoulements non stationnaires dans une rivière. Si les équations utilisées ainsi que l'algorithme de leur résolution numérique ne conservent pas la quantité de mouvement, il ne faut pas employer un logiciel de ce type pour simuler des écoulements qui varient rapidement (canaux usiniers, mascaret le long de fleuves à marée, ondes de rupture des ouvrages). Son domaine d'application est limité à la simulation des écoulements sans discontinuités, même si l'énergie est conservée par les équations employées [1] et [7].

Les équations unidimensionnelles dites « de Saint-Venant » sont des équations obtenues à partir des lois de conservation mentionnées ci-avant et à partir des hypothèses de continuité des variables et des fonctions. Elles s'écrivent :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial(Au)}{\partial x} = 0 \quad \text{équation de continuité}$$

$$\frac{1}{g} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} - i_0 + ku |u| = 0 \quad \text{équation dynamique}$$

- avec  $u(x, t)$  vitesse d'écoulement,
- $h(x, t)$  profondeur de l'eau au-dessus du thalweg,
- $A(x, h)$  surface mouillée,
- $k(x, h)$  coefficient de perte de charge,
- $B(x, h)$  largeur du plan d'eau,
- $i_0(x)$  pente longitudinale du fond,
- $g$  accélération due à la pesanteur.

Cette forme d'équations n'est pas une forme conservatrice (ou divergente). On peut écrire les mêmes équations sous une forme divergente (obtenue à partir des relations intégrales exprimant la continuité de la masse et de la quantité de mouvement), à savoir :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{conservation de la masse}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z}{\partial x} + gA \frac{|Q|Q}{D^2} = 0 \quad \text{conservation de la quantité de mouvement}$$

- avec  $Q = uA$  débit,
- $z = z(x, t)$  élévation de la surface libre,
- $D = D(x, z)$  débitance de la section,  $D = A/k^{1/2}$

On peut vérifier facilement que le passage d'une forme à l'autre n'est qu'une formalité mathématique si toutes les fonctions sont dérivables. Ces équations ne peuvent pas, pour des cas réels, être résolues exactement, et l'on utilise des méthodes numériques, quasi exclusivement aux différences finies pour les cas unidimensionnels. Dans les méthodes aux différences finies, on divise le cours de la rivière en un certain nombre de tronçons (« pas d'espace ») de longueur finie, bornés par des « points de calcul » et éventuellement variables ( $\Delta x$ ). L'on ne s'intéresse alors à l'état de la rivière (c'est-à-dire aux valeurs de  $z$  et  $u$  ou aux valeurs de  $A$  et  $Q$ ) aux extrémités de ces tronçons que pour des temps déterminés, séparés par des intervalles  $\Delta t$  (« pas de temps ») qui peuvent eux aussi être variables. Les dérivées partielles dans les équations sont représentées par des différences divisées et l'on obtient ainsi un système d'équations algébriques non linéaires que l'on doit résoudre si l'on veut passer de l'état au temps  $t$ , supposé connu, à l'état au temps  $t + \Delta t$ .

Des modèles mathématiques ont été établis sur ces bases et, à condition d'observer certains principes d'analyse numérique, ils fournissent les résultats attendus. Nombreux sont les algorithmes numériques des différences finies dont les résultats convergent vers les résultats exacts des équations. Néanmoins, presque tous sont tributaires de la manière dont on approche les dérivées et des valeurs qui sont données respectivement aux pas de temps et d'espace.

Il existe deux grandes classes de schémas aux différences finies.

- Les **méthodes explicites** permettent de calculer les valeurs nouvelles de  $z$  et  $u$  en chaque point de calcul au temps  $t + \Delta t$  en utilisant les valeurs connues au temps  $t$  des points de calcul situés dans le voisinage immédiat du point calculé. À cette fin, on évalue les valeurs des dérivées  $\partial u / \partial t$  et  $\partial z / \partial t$  en calculant les valeurs des seconds membres des équations en ces différents points au temps  $t$ . Toutefois une analyse assez simple montre que les résultats du calcul sont parfaitement aberrants si l'on choisit un intervalle  $\Delta t$  de temps trop grand – il s'agit d'un phénomène d'**instabilité numérique du schéma**. Pour que les résultats soient corrects, il faut que la relation entre le pas d'espace et l'intervalle de temps en chaque point de calcul satisfasse à la condition « CFL » (du nom de trois mathématiciens : Courant, Friedrichs et Lewy) exprimée en termes du **nombre de Courant** :

$$\text{avec } Cr = \frac{\Delta t(c + |u|)}{\Delta x} < 1 \quad \text{nombre de Courant,}$$

$$c = (gA/B)^{1/2} \quad \text{célérité des petites ondes}$$

En principe, plus la valeur du nombre de Courant est proche de l'unité, plus précise est la solution numérique. Mais il suffit d'approcher de trop près l'unité ou de la dépasser pour détruire la solution.

Pour l'étude des ondes de crues dans les rivières naturelles, la limitation du pas de temps résultant n'est pas acceptable : pour des tronçons de calcul de l'ordre de 500 m et d'une profondeur moyenne de 3 m, le pas de temps serait limité à un peu plus d'une minute. Or, pendant une minute, les conditions d'une crue naturelle n'ont guère varié et la simulation d'une crue d'une dizaine de jours exigerait alors un calcul de 15 000 pas de temps environ !

- Il est possible de se libérer de la condition CFL en choisissant des **schémas implicites** aux différences finies. Pour cela, au lieu de calculer les seconds membres des équations au temps  $t$ , on admet que leur valeur est une moyenne pondérée entre celle qu'ils ont au temps  $t$  (où  $u$  et  $z$  sont connus) et celle qu'ils ont au temps  $t + \Delta t$  (où  $u$  et  $z$  sont précisément cherchés). On aboutit alors à un système d'équations algébriques non linéaires à résoudre et l'on calcule les valeurs nouvelles simultanément pour tous les points de calcul. On se libère ainsi de la limitation CFL sur la condition de la stabilité numérique – il est alors possible d'admettre des pas de temps très longs (plusieurs heures, voire plusieurs jours) et un nombre de Courant très grand (souvent entre 10 et 50, voire plus). Par contre, si le nombre de Courant est trop grand, cela induit souvent une erreur dans le calcul : la diffusion numérique, laquelle se comporte comme une viscosité artificielle et peut sérieusement fausser les résultats. Lorsqu'on emploie les méthodes implicites, la précision du calcul augmente lorsqu'on s'approche de la valeur unitaire de  $Cr$ , mais cette fois « par le haut ».

- La presque totalité des logiciels de simulation des écoulements unidimensionnels utilisés aujourd'hui professionnellement emploient des schémas implicites aux différences finies, car ils sont plus fiables et permettent aussi d'introduire plus facilement les conditions aux limites de modèles. Néanmoins, l'utilisateur doit garder en mémoire les conséquences du choix qu'il fait des paramètres du schéma et notamment de celui du pas de temps (ou, si l'on préfère, du nombre de Courant). Pour une crue qui dure une dizaine de jours, le pas de temps « naturel » sera 1 à 2 h, ce qui nous mène, pour un pas d'espace de 500 m, à  $Cr = 40$  à 80. L'onde de crue étant très longue, le phénomène variant lentement, la viscosité (ou diffusivité) numérique induite n'affectera guère le résultat. Par contre une onde due à la fermeture des turbines à l'aval d'un canal usinier est une onde raide, relativement courte, et le phénomène est rapide : le temps « caractéristique » du phénomène se comptera en dizaines de secondes. La viscosité parasite pourrait fausser le résultat et il convient de s'approcher de  $Cr = 1$  autant que possible.

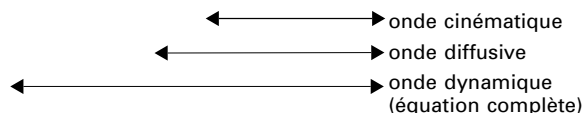
Il existe des outils (progiciels) permettant de modéliser certaines situations extrêmement complexes des écoulements dans les rivières et dans les plaines inondables. Ces derniers sont généralement représentés par des *casiers* et des lois d'échange de débit entre ces casiers qui diffèrent des équations complètes de Saint-Venant. En effet, les forces d'inertie sont le plus souvent négligeables dans l'écoulement si l'on excepte le lit mineur d'une rivière ; l'écoulement est alors influencé presque uniquement par la pente du terrain, la résistance présentée par le fond, les obstacles et la géométrie du terrain (chapitre *Modèles hydrauliques fluviaux* [C 184]).

Certains phénomènes ou incidents ne peuvent pas être reproduits par des équations de Saint-Venant. On a indiqué ci-avant que des précautions sont nécessaires quand il s'agit de discontinuités et de plaines inondées ; de même la représentation d'ouvrages, de pertes de charge singulières, de confluences et de bifurcations demande des approches spécifiques appropriées. Une représentation convenable de ces singularités décide souvent de la qualité, voire de l'applicabilité d'un logiciel.

Bien des modèles sont construits à partir des équations simplifiées de l'écoulement. On constate en effet que, dans certains cas, les forces d'inertie jouent un rôle faible, voire négligeable par rap-

port à la pente longitudinale d'une rivière et aux pertes de charge – l'équation dynamique de Saint-Venant peut alors être simplifiée en omettant ces termes. On peut ainsi classer les modèles en fonction des termes pris en compte dans l'équation dynamique :

$$\frac{1}{g} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} - i_0 + ku |u| = 0$$



Notons qu'un modèle fondé sur des équations simplifiées ne peut être appliqué que d'une manière restrictive, en fonction des hypothèses retenues. Une analyse, aussi bien *a priori* qu'*a posteriori*, doit justifier son utilisation pour chaque cas particulier.

### 2.1.2.2 Modélisation bidimensionnelle

Les modèles bidimensionnels d'écoulement non stationnaire sont très largement utilisés, aussi bien pour simuler la propagation de la marée dans les estuaires et les zones côtières que pour étudier les rivières, les ondes de rupture de barrages ou d'autres ouvrages, les conséquences du franchissement des vallées inondables par les autoroutes et les chemins de fer. Ils sont fondés sur des équations numériques basées sur les schémas des différences finies de Saint-Venant, à ceci près que les équations sont écrites en deux dimensions spatiales et que les termes de la diffusivité horizontale permettant de simuler les zones de tourbillons y sont inclus.

L'évolution de l'emploi des techniques algorithmiques pour résoudre ces équations mérite un intérêt certain. En effet, l'une des difficultés de la modélisation bidimensionnelle est la représentation correcte de la topographie, en général très complexe. Les méthodes numériques basées sur les schémas des différences finies ne s'y prêtent pas bien, les réseaux de points de calcul ne pouvant que difficilement être raffinés à la proximité des caps, baies, ouvrages, etc. Les éléments finis sont bien plus souples de ce point de vue, bien que leurs réseaux, en représentant mieux les limites géographiques, comportent de loin un plus grand nombre de points de calcul que les réseaux des différences finies. Jusqu'au début de la décennie 90, les éléments finis n'étaient que difficilement applicables aux cas pratiques et cela parce que les algorithmes utilisés n'étaient pas capables de simuler découverture et recouvrement des zones inondables ou des estrans, étaient déficients en ce qui concerne la conservation de la continuité de la masse et insuffisamment rapides pour résoudre les très grands systèmes d'équations résultant du raffinement de réseaux près des limites.

Ainsi, durant deux décennies, les différences finies ont régné sans conteste et des progiciels fondés sur leurs applications ont conquis le marché international. La situation a changé à partir de 1991-1993 : d'une part parce que l'on a pu remédier aux déficiences algorithmiques et d'autre part parce que les utilisateurs ont alors eu accès aux stations de travail UNIX, suffisamment puissantes pour leur permettre de faire face au problème. Le premier progiciel industriel appartenant à cette nouvelle génération, TELEMAT 2D développé par EDF/LNH et basé sur les éléments finis, est disponible sur le marché français et mondial depuis 1993.

Quelques applications typiques de modèles à deux dimensions spatiales aux écoulements non stationnaires sont montrées (figure 1).

### 2.1.3 Nappes phréatiques

On modélise les écoulements souterrains en zone saturée pour des raisons diverses qui peuvent aller de projets visant les problèmes locaux jusqu'à des projets visant une gestion d'ensemble des nappes d'un bassin hydrographique. Les calculs sont alors utilisés pour définir les débits de pompage nécessaires afin d'abaisser le niveau de la

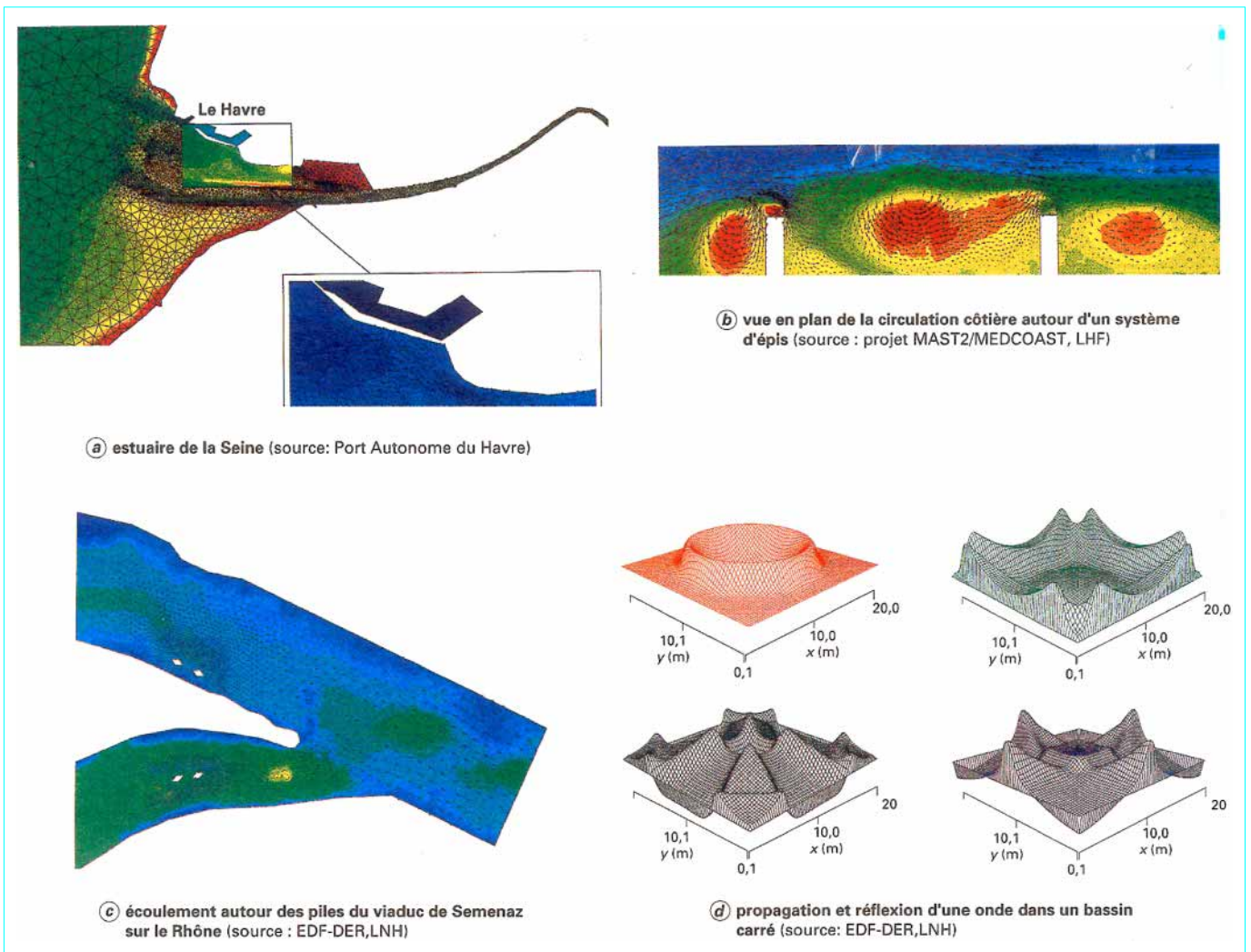


Figure 1 – Exemples d'applications du code TELEMAC 2D aux études hydrauliques

nappe dans les zones de fouilles des fondations, notamment pour des ouvrages importants. L'exploitation des nappes pour l'alimentation en eau des villes ou pour l'irrigation pose des problèmes à plus grande échelle : ne risque-t-on pas un épuisement de la ressource ou une intrusion d'eau salée (si l'on est sur le littoral) ou polluée ? Peut-on recharger une nappe surexploitée ? comment moduler les pratiques agricoles et notamment les applications de produits tels que les engrais et pesticides, afin de protéger la nappe et de rendre son exploitation durable ?

Les modèles de l'écoulement sont fondés sur l'intégration numérique des lois de la filtration dans les milieux poreux. Les mêmes lois et, par conséquent, les mêmes équations décrivent l'écoulement au travers d'une digue (ou d'un barrage en terre). Sont exclus de cette classe des problèmes concernant les écoulements dans les milieux fracturés ou karstique. L'écoulement dans la zone non saturée (aérée) peut réclamer une formulation spécifique. Les modèles des nappes permettent de représenter la géométrie exacte, hétérogénéité et anisotropie du terrain. On peut parler d'écoulements permanents et non permanents, de modèles bi et tridimensionnels. Les modèles permettent de bien reproduire les phénomènes à condition que les caractéristiques du milieu (le tenseur de perméabilité notamment) soient bien connues en tout point, condition rarement satisfaite (si elle l'est jamais !).

bilité notamment) soient bien connues en tout point, condition rarement satisfaite (si elle l'est jamais !).

En ce qui concerne les nappes s'étendant souvent sur des dizaines, voire des centaines de kilomètres, les hypothèses de Dupuit (vitesse de filtration horizontale et répartition hydrostatique des pressions) sont en général admises comme valables (chapitres *Alimentation en eau*, *Dispositifs de prélèvement des eaux* [C 5 190] et *Drainage Rabattement* [C 256] dans ce traité). On peut alors formuler les équations de l'écoulement bidimensionnel non permanent à surface libre ou en charge.

La principale difficulté pour modéliser l'écoulement consiste en une méconnaissance des coefficients de perméabilité. Les essais de perméabilité que l'on peut faire sur des échantillons prélevés dans le sous-sol ne sont, en général, pas représentatifs de la perméabilité à grande échelle. Se pose alors le problème de la variabilité spatiale des paramètres et des coefficients ainsi que du calage des modèles (§ 3.2). En pratique, on procède à des essais de pompage dans la nappe, en observant en de nombreux points l'évolution des niveaux piézométriques (ces mesures peuvent durer plusieurs mois ou même plusieurs années en fonction des caractéristiques de la



nappe). Il s'agira ensuite, en variant les coefficients de perméabilité introduits dans le modèle, de retrouver approximativement l'évolution observée pour les pressions. Une fois que le modèle est réglé (calé), c'est-à-dire lorsque l'on a dénombré les paramètres permettant une reproduction raisonnable des phénomènes observés, on peut l'exploiter (par exemple pour prévoir l'évolution des pressions dans la nappe en fonction de la variation des quantités d'eau prélevées) sans difficultés majeures.

### 2.1.4 Convection-diffusion de la pollution

Les modèles de convection-diffusion sont couramment employés pour effectuer les études d'impacts. À titre d'exemple, on montre (figure 2) des résultats d'application de la surface libre bidimensionnels.

Ces modèles décrivent l'évolution de la concentration en matières solubles (traceur, polluant, sel, chaleur), conservatrices ou dégradables (biodegradation, dépôt sur le fond, échanges thermiques à travers des limites...), dans un champ de courants donné. Une matière peut réagir avec d'autres matières présentes dans le courant ou dans le milieu que le courant traverse (adsorption, absorption dans le sol). Les concentrations en matières transportées sont aussi sujettes à la diffusion dont les coefficients peuvent être déterminés soit par des mesures directes, soit par l'application d'un modèle d'écoulement turbulent. L'équation d'évolution de la concentration d'une matière dégradable en l'absence de réactions, dans un écoulement unidimensionnel non stationnaire, s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \frac{c}{T}$$

- avec  $c(x, t)$  concentration cherchée (variable dépendante),
- $u(x, t)$  vitesse de courant donnée,
- $K(x)$  coefficient de diffusion dans la direction  $x$ ,
- $x, t$  variables dépendantes (espace, temps),
- $T$  inverse du taux de la dégradation.

Il faut souligner que cette équation n'est pas une loi conservatrice. En effet, l'équation de conservation de la masse de matière dissoute traversant une section perpendiculaire à l'écoulement (dissolution menant à la concentration) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (Ac) + \frac{\partial}{\partial x} (Qc) - \frac{\partial}{\partial x} \left( AK \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \frac{Ac}{T}$$

- avec  $A(x, t)$  surface de la section perpendiculaire au courant,
- $Q(x, t)$  débit de l'écoulement ( $Q = uA$ ).

Ainsi la continuité de la masse de matière dissoute ne pourra être conservée, dans l'équation pour la concentration, que si l'équation de continuité de l'eau liant les variables  $A(x, t)$  et  $Q = uA$  est parfaitement satisfaite. Cette remarque a une importance pratique certaine car les modèles fondés sur la première des deux équations et sur un champ de vitesses mesurées ne pourront raisonnablement pas assurer la continuité de la matière transportée et diffusée.

La formulation peut être étendue aux situations bi et tridimensionnelles, mais il faut savoir que les expressions, dans un premier temps, et les méthodes de résolution, ensuite, vont se compliquer. Pour simplifier l'exposé des problèmes numériques que pose la modélisation nous nous limiterons au cas unidimensionnel.

Considérons d'abord le cas simple de la première équation, sans diffusion ( $K = 0$ ) et avec une vitesse constante  $u = Cte$ . Le comportement de la solution est montré (figure 3) dans les repères  $(c, x, t)$  et  $(c, t)$ , pour deux points le long de la trajectoire. Deux cas sont étudiés : sans dégradation ( $T \rightarrow \infty$ ) et avec dégradation ( $T$  fini). Ces figures illustrent bien le fait simple exprimé par l'équation de convection pure : sur une trajectoire, la concentration reste la même, sauf en cas de dégradation.

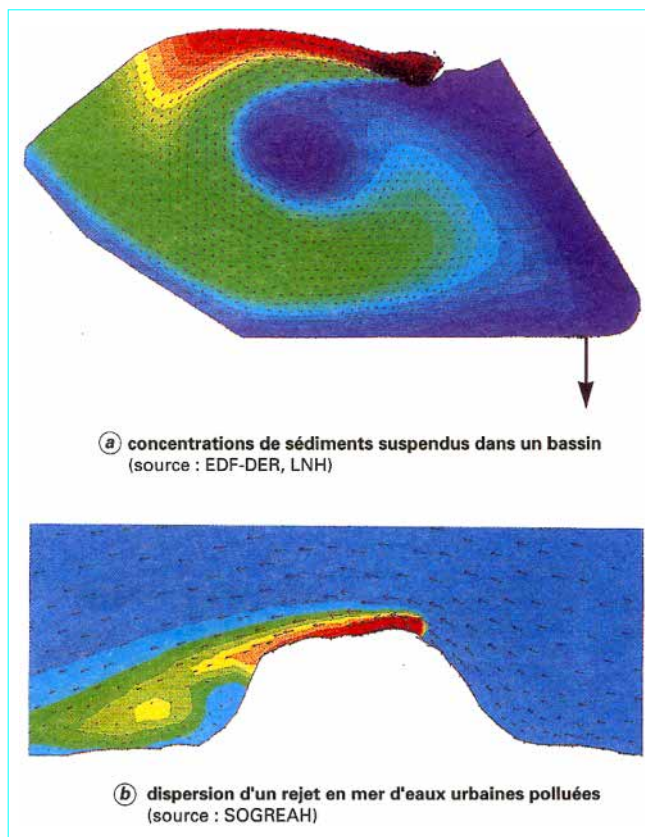


Figure 2 - Exemples d'applications du code TELEMAC 2D aux études de la qualité de l'eau

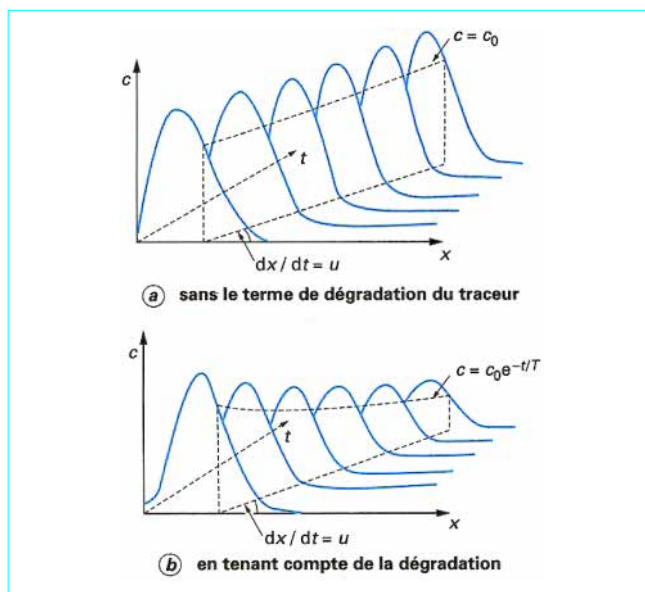


Figure 3 - Comportement de la solution  $c(x, t)$  de l'équation de convection ( $c_0 =$  concentration Initiale)



L'équation comprenant le terme de la diffusion décrit un comportement différent. Ainsi, si dans notre première équation nous négligeons la dégradation ( $T \rightarrow \infty$ ), tout en conservant un coefficient de diffusion  $K = Cte$ , alors la solution aura, dans un repère  $(c, x)$ , l'allure indiquée sur la figure 4.

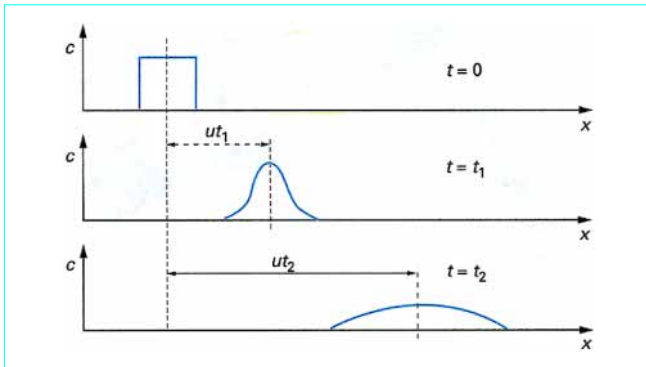


Figure 4 – Comportement de la solution de l'équation de convection-diffusion sans dégradation du traceur

Contre toute apparence, la recherche de solutions numériques de ces équations par différences finies rencontre des difficultés considérables. En effet, un schéma peut être numériquement instable et l'on n'obtient pas de résultat ; ou, bien que le schéma soit stable, l'approximation numérique employée introduit une telle diffusion parasite que le résultat est faux (bien qu'il puisse être apparemment plausible).

**Nota :** l'apparente simplicité des équations ne doit pas masquer les difficultés, tout à fait réelles, de l'intégration numérique. Cela dit, si les remarques faites ci-avant ont un caractère général, des méthodes efficaces et suffisamment précises ont été élaborées après 1970. L'utilisateur d'un progiciel devra se renseigner sur le comportement et les propriétés des solutions que cet outil lui procurera.

## 2.2 Exemples de développements récents

### 2.2.1 Modélisation tridimensionnelle des écoulements souterrains

Il existe un grand nombre de modèles, de programmes et de progiciels visant la simulation des écoulements souterrains, certains d'entre eux simulant aussi bien la convection que la diffusion des polluants. Le lecteur doit se reporter à la littérature pour trouver des informations à leur sujet car il est impossible de les décrire tous ici et encore moins de tenter un classement qualitatif, lequel dépendrait des types et des conditions des applications, des ressources disponibles pour les utilisateurs, des informations fournies, etc. À titre d'exemple on fournit la description d'un progiciel très récent dont les caractéristiques sont connues ; cette description a pour objet de familiariser le lecteur avec ce à quoi il peut s'attendre, voire exiger en tant qu'utilisateur.

Il s'agit du progiciel DEDALE 3D, conçu pour simuler les écoulements non stationnaires et la convection-diffusion des polluants en trois dimensions dans les zones non saturée et saturée (figures 5 et 6). L'originalité de l'approche du problème consiste précisément à ne pas changer d'équations pour étudier les deux zones, ce qui permet, à condition que l'algorithme soit correct, de les traiter ensemble. Cette approche suit les principes de « l'école grenobloise » [8]. Le progiciel est conçu pour traiter des études de ressources en eau et de qualité des eaux, notamment la contami-

nation due aux décharges ou aux accidents industriels, les conséquences des dépôts enterrés ou en surface, la pollution agricole par pesticides et nitrates, la protection des prises souterraines, les intrusions d'eau salée, les dépôts de matières dégageant de la chaleur. DEDALE 3D a un champ d'application qui vise surtout des domaines géographiquement limités (en principe ne dépassant pas quelques dizaines de kilomètres de diamètre). L'algorithme permet de tenir compte non seulement de l'anisotropie et de l'hétérogénéité du sol, mais aussi des ouvrages et des singularités tels que les drains, les écrans de palplanches, les tunnels, les excavations, quelle que soit leur géométrie. Il est ainsi applicable aux problèmes de génie civil (par exemple, champs d'écoulement et de pressions autour d'un tunnel en train d'être creusé, autour d'une fouille de fondations, etc.).

Les équations tiennent compte des variations de la densité de l'eau et des courants de convection dus à la chaleur – ce point est particulièrement intéressant pour les études de dépôts profonds des matières radioactives. L'algorithme de la solution est basé sur les différences finies.

### 2.2.2 Modélisation sédimentologique à granulométrie étendue

La modélisation unidimensionnelle du mouvement des sédiments dans les rivières – érosion/dépôt – est peut-être l'exemple le plus frappant des progrès faits entre 1988 et 1994 dans le domaine de la modélisation fluviale. La physique des processus sédimentaires dans les rivières résulte de trois composantes : écoulement de l'eau, transport des sédiments et évolution de la composition des fonds.

La composante de l'écoulement présente une difficulté liée à la définition de la résistance du fond qui, en fond mobile, dépend de l'écoulement lui-même. Les variations longitudinales et transversales du diamètre des sédiments déposés sur le fond font varier le coefficient de rugosité (Manning-Strickler, Chézy...). De plus, dans les rivières à fond sablonneux, l'apparition et la disparition, en fonction du débit, des rides et des dunes induit des pertes de charge souvent plus importantes que celles qui sont dues au diamètre des grains, comme l'écoulement lui-même dépend de la résistance, le processus est implicite et rarement en équilibre. Il n'y a, à ce jour, pas de consensus scientifique sur une formulation mathématique du problème physique. Mais il faut pouvoir modéliser ces phénomènes pour satisfaire à la demande des planificateurs et décideurs.

La composante du transport ne saurait être limitée au choix d'une formule définissant le volume transporté en fonction des variables de l'écoulement. Toutes les formules connues ont été élaborées pour le cas d'un écoulement uniforme et « en équilibre » (pas de dépôt, pas d'érosion). Le transport dans les situations réelles n'est jamais en équilibre et l'écoulement uniforme n'existe pour ainsi dire pas dans la nature. Si le transport non uniforme par suspension et par charriage ne peut être représenté, on ne peut que difficilement espérer simuler les phénomènes réels.

Enfin, les phénomènes de pavage du fond par les sédiments à diamètre supérieur à la moyenne et le triage des sédiments déposés, fortement influencés par les deux composantes précédentes, influent à leur tour sur ces composantes et doivent, par conséquent, être pris en compte par la modélisation.

Entre 1984 et 1994, un système de modélisation répondant à ces exigences fut développé et mis en œuvre par le Laboratoire d'Hydraulique de France (LHF), en commun avec Bundesanstalt für Wasserbau (BAW, Karlsruhe, RFA), pour être appliqué à des études réelles. Ce logiciel industriel, connu sous le nom de SEDICOU, était appliqué la première fois par BAW et LHF aux études des rivières Isar et Danube supérieur (partie allemande jusqu'à la frontière germano-autrichienne), puis par BAW au Rhin et par LHF aux études du barrage du Veudre sur l'Allier. En 1988, le programme TSAR, visant le développement d'un logiciel français national, fut lancé par le Service

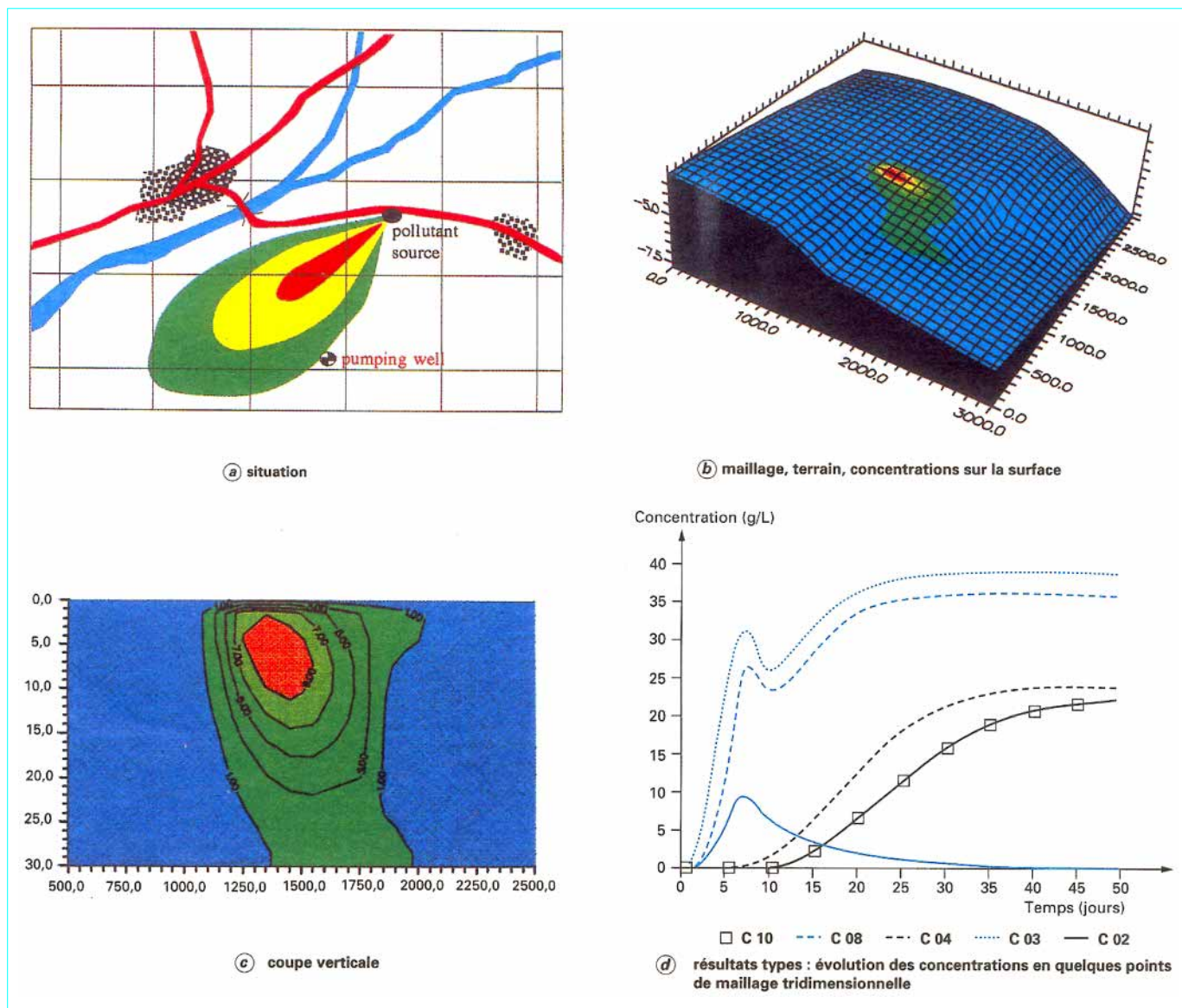


Figure 5 – Étude de la propagation dans le sol d'une pollution et de la vulnérabilité d'une prise d'eau avec DEDALE 3D (source : LHF)

Technique Central des Ports Maritimes et des Voies Navigables (STCPMVN) et le ministère de l'Environnement avec la participation d'EDF-LNH et du LHF. Le logiciel TSAR est opérationnel (en 1995) dans sa première version ; il se différencie de SEDICOU, du point de vue de sa conception, par l'utilisation d'un algorithme numérique différent.

La formulation mathématique des deux modèles est basée sur des équations exprimant : conservation de la masse de la phase liquide, conservation de la quantité de mouvement, transport des sédiments en suspension, loi de chargement des sédiments par charriage (retard sur l'équilibre), conservation de la masse des sédiments, triage des sédiments selon leur diamètre. Cette formulation permet de tenir compte de la granulométrie étendue et variable des sédiments. Des formulations supplémentaires (loi de transport en écoulement uniforme, lois d'échange entre la suspension et le char-

riage, lois de variation des formes du fond : dunes, rides, etc.) sont nécessaires pour faire fonctionner un tel modèle [5] et [6].

## 2.3 Modèles hydrologiques distribués de bassins versants

### 2.3.1 Modèles hydrologiques de la transformation pluie/débit

On trouve dans la littérature et dans les applications pratiques des modèles hydrologiques de tous les types évoqués ci-avant. La terminologie hydrologique distingue surtout les modèles **distribués**

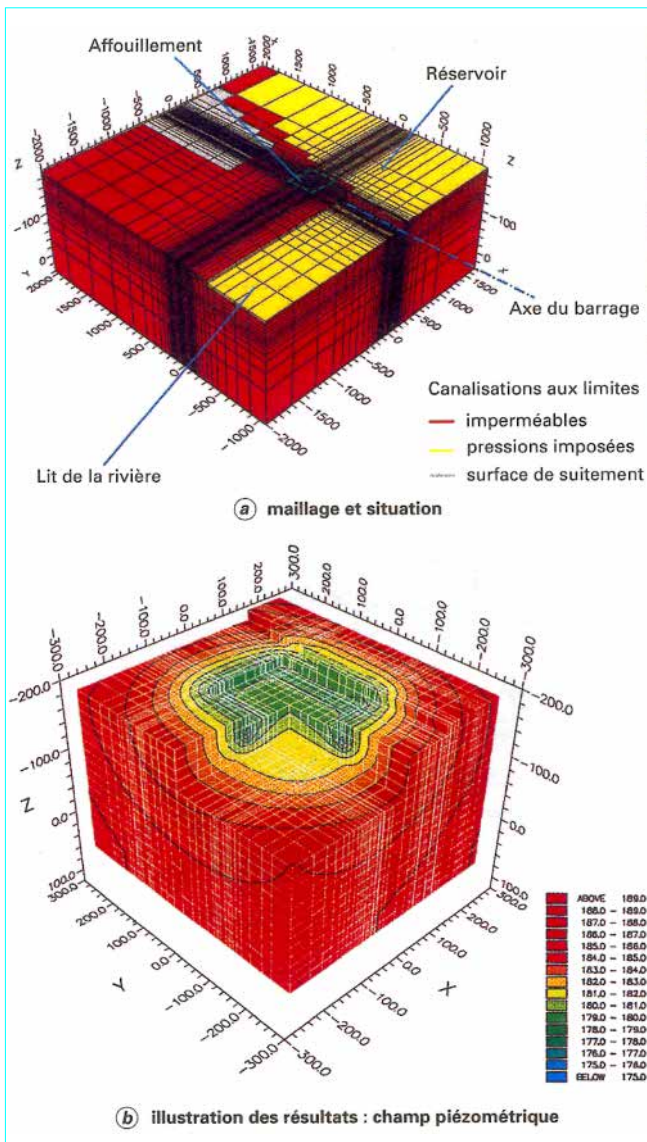


Figure 6 – Étude du pompage d'eau des fouilles d'un barrage en construction en utilisant DEDALE 3D (source : LHF)

et les modèles **globaux**. Un modèle global considère le bassin versant modélisé comme un seul système – il s'agit le plus souvent de rechercher une fonction de transfert correspondante pour l'identifier. Un modèle distribué, le plus souvent déterministe, cherche à représenter les sous-bassins et/ou les processus physiques (évapotranspiration, infiltration, écoulement...) séparément. Étant donné le nombre considérable de modèles de toutes sortes, il est préférable d'en décrire un seul, à titre d'exemple.

### 2.3.2 Un exemple : le Système Hydrologique Européen (SHE)

Le Système Hydrologique Européen (SHE) est un système de modélisation d'ensemble de la phase terrestre du cycle hydrologique, cette phase étant divisée en composantes telles que fonte

des neiges, ruissellement, etc. Il s'agit d'un système déterministe distribué, fondé sur la description physique des phénomènes. Le développement initial du système a été assuré par un effort commun de SOGREAH, du Danish Hydraulic Institute (DHI) et de Institute of Hydrology (Wallingford, GB), avec une aide financière de la communauté européenne. Le SHE offre un cadre informatisé modulaire qui permet l'intégration d'ensembles de sous-modèles mis en œuvre pour chacun des phénomènes physiques qui entrent en jeu. En 1995, il existe deux versions du SHE : une version universitaire de recherches et d'applications limitées, utilisée par University of Newcastle-upon-Tyne (GB), et un progiciel véritable commercialisé par DHI sous le nom de MIKE-SHE dont le « cœur » comprend les modules suivants : fonte des neiges, interception-évapotranspiration par la couverture végétale, écoulement de surface traitant à la fois le ruissellement sur la surface et l'écoulement dans le réseau de cours d'eau par une approximation de l'onde diffusive, écoulement vertical dans la zone non saturée, écoulement quasi tridimensionnel dans la zone saturée (nappe) fondé sur la résolution numérique de l'équation non linéaire de Boussinesq, échanges entre nappe et réseau de cours d'eau tenant compte des variations spatiales d'imperméabilité du lit des rivières, convection-dispersion, simulant le transport, diffusion et dispersion des solutés conservatifs provenant de sources diffuses ou ponctuelles.

Tous les modules simulent des phénomènes non stationnaires, c'est-à-dire qu'ils reproduisent l'évolution des variables (niveaux, débits, pressions, concentrations...) dans le temps. Les équations sont fondées sur les lois de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie) exprimées en général sous forme d'équations différentielles partielles non linéaires. Leur résolution numérique se fait à l'aide de la méthode des différences finies.

Pratiquement, un bassin versant à simuler est discrétisé en un réseau (maillage) horizontal de points de calcul, identique pour les modules de surface et pour la zone saturée (nappe). Les colonnes de sol non saturé, discrétisées à leur tour par un maillage vertical, lient les deux réseaux horizontaux. Les cours d'eau suivent conceptuellement les lignes de maillage sur la surface. La structure du modèle composé des modules de mouvement de l'eau est reproduite sur la figure 7. Comme expliqué ci-avant, les modules de transport et de diffusion des matières s'y superposent.

Les applications typiques de MIKE-SHE sont les suivantes : planification de l'aménagement de bassins hydrographiques ; aide à la gestion et à l'exploitation des ressources en eau d'un bassin ; irrigation, drainage et assainissement agricoles ; études des pollutions agricoles et industrielles ; études d'impact des aménagements sur l'environnement.

Les résultats fournis par le progiciel consistent en images instantanées en fonction des coordonnées spatiales ou en séries temporelles aux nœuds de maillages de toutes les variables dépendantes (teneur en eau, pressions, profondeurs, vitesses, débits, concentrations...). Une série des images typiques dont dispose l'utilisateur pour extraire les informations à l'aide du progiciel est montrée sur la figure 7.

## 3. Hydraulique numérique

### 3.1 Domaine de l'hydraulique numérique

On a décrit au paragraphe 1.2 comment, dans le passé, le progrès des moyens informatiques a conditionné et accéléré le développement de la conceptualisation hydraulique et comment cette dernière, à son tour, a incité les méthodes numériques à progresser. Elles ont ensuite influé sur la conceptualisation hydraulique pour aboutir, dans les années 70, à la reconnaissance par la communauté des ingénieurs d'une nouvelle branche des sciences de l'ingénieur : l'hydraulique numérique.



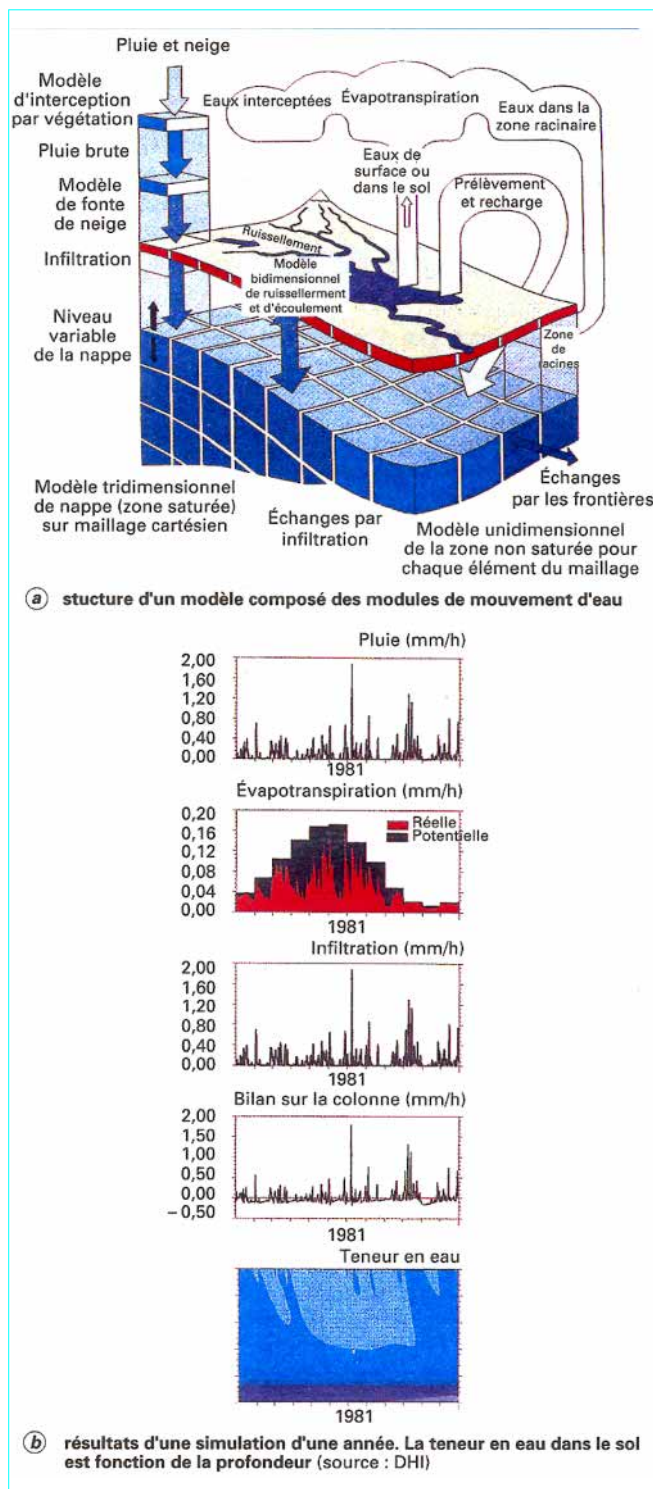


Figure 7 – Code MIKE-SHE

L'hydraulique a toujours été une science expérimentale. Quant à l'hydrologie, la part expérimentale, ou d'expérience, y joue également un rôle très important. N'avance-t-on pas toujours que l'expérience du prévisionniste et sa connaissance du bassin versant sont plus importantes dans la prévision et l'annonce des crues que les modèles et les méthodes dont il dispose ? La reconnaissance de ce caractère empirique est essentielle pour comprendre la notion d'hydraulique numérique. En effet, il est intellectuellement réconfortant de constater que les équations de l'écoulement non stationnaire, en une ou deux dimensions spatiales, sont aux dérivées partielles, non linéaires, du type hyperbolique. Il ne reste alors plus qu'à mettre en œuvre une méthode numérique « quelconque » de leur résolution, tirée d'une bibliothèque mathématique disponible sur le marché. Mais que faire alors des géométries complexes (sections en travers irrégulières, zones côtières et estuariennes...), des ouvrages (seuils, siphons, digues submersibles, déversoirs, vannes et barrages...), des modifications du type d'écoulement (création de ressauts mobiles, leurs propagation et réflexions, passages d'un écoulement tranquille à un écoulement torrentiel...) ? Que faire également du choix de la méthode, car le même problème physique peut aussi bien être abordé par un modèle uni, bi ou tridimensionnel, sachant que certains effets bidimensionnels (mais pas tous) sont inclus dans un modèle unidimensionnel, de même que certains effets tridimensionnels sont inclus dans l'approche bidimensionnelle. On peut ainsi tenir compte de l'inondation d'une plaine par un modèle unidimensionnel, sans toutefois pouvoir décrire le champ des vitesses. On peut reproduire le champ moyen des vitesses horizontales dans une rivière par un modèle bidimensionnel, mais l'on ne peut pas dans ce cas décrire les courants hélicoïdaux. Ainsi, un **modèle numérique** d'ingénieur ne peut être construit qu'en faisant interagir les mathématiques appliquées (méthodes numériques) avec les connaissances physiques et leur conceptualisation.

Le domaine de l'hydraulique numérique englobe l'ensemble des interactions entre la conceptualisation effectuée à partir de la connaissance empirique et théorique de phénomènes physiques, les techniques numériques et les moyens informatiques.

### 3.2 Réglage, validation et vérification des modèles

Quel que soit le type de modèle hydraulique ou hydrologique, il ne reproduira jamais la réalité dans toute sa complexité. Ainsi, comme nous l'avons indiqué au paragraphe 2.3, le **mécanisme réel** de la transformation pluie/débit dans un bassin versant peut être approché par un **mécanisme équivalent** plus simple, composé de divers types de réservoirs se vidant les uns dans les autres. Ces réservoirs, ainsi que les lois d'échange qui les régissent, comprennent un certain nombre de paramètres qui restent indéterminés dans le modèle général. Pour pouvoir appliquer ce modèle général à un bassin versant particulier, il convient d'ajuster les paramètres. En l'occurrence, on peut le faire par les méthodes du type moindres carrés en rapprochant les « sorties » observées dans le passé aux « sorties » calculées, en fonction des « entrées » observées. Pour un modèle d'écoulement souterrain la situation est analogue (§ 2.1.3). En général, on suppose que la loi fondamentale est valable pour l'ensemble du domaine ; on admet un jeu initial de coefficients de perméabilité (une valeur par point de calcul) en fonction des types de sols et de l'expérience du modélisateur ; on effectue ensuite des calculs avec ce modèle, pour une série de situations pour lesquelles les « entrées » et les « sorties » ont été observées dans le passé et l'on compare les résultats calculés avec les résultats observés. À défaut de coïncidence acceptable, on modifie les paramètres et l'on continue les calculs de réglage. Une fois une **coïncidence acceptable** atteinte, on admet que le modèle est **réglé** (ajusté, validé, calé) – cela équivaut évidemment à l'**identification** du système. Un modèle hydraulique ou hydrologique réglé peut alors servir pour la prévision ; par



exemple, une fois connue la quantité de pluie qui arrive en « entrée » sur le bassin, on peut alors prévoir la « sortie » : hydrogrammes à l'exutoire du bassin.

Apparemment, pour un mathématicien, le réglage d'un modèle reste assez simple : il s'agit d'identifier les paramètres d'une fonction de transfert. Pour les fonctions linéaires au moins, il s'agit d'une opération classique, codifiée, pour laquelle les outils sont disponibles. Cela est vrai pour bien des modèles stochastiques/statistiques et pour la majorité des cas de modèles « boîtes noires ». La situation est très différente en ce qui concerne les modèles déterministes. Si l'on doit modéliser un tronçon de rivière de quelques dizaines de kilomètres, à condition de connaître assez bien sa topographie (sections en travers, pente longitudinale), le seul paramètre inconnu et empirique dans les équations de Saint-Venant est le coefficient de rugosité représentatif de la perte de charge. Si l'on dispose des enregistrements de limnigrammes de quelques crues en un nombre suffisant de points le long du tronçon, on peut, par essais successifs, déterminer les valeurs des coefficients de rugosité. Mais notre modèle est construit sur un réseau de points de calcul – supposons que ceux-ci soient distants de 500 m l'un de l'autre. Il est évident que les coefficients définis par l'ajustement seront représentatifs d'un système équivalent à la réalité, dont les pertes de charge seront régulièrement réparties, par tronçons de 500 m. L'influence de toutes les singularités géométriques (rétrécissements, élargissements, cassures de la pente...) ou hydrauliques [variation du type de fond (roches, sables, zones herbeuses inondées), des ouvrages...] induisant des pertes de charge ou des changements brusques de la pente entre les points du maillage sera « lissée ». De même les sections en travers utilisées dans notre modèle seront représentatives des tronçons de 500 m, quelle que soit par ailleurs la précision des données topographiques dont on dispose. Si pour une raison ou une autre, on divise par deux la distance entre les points de calcul, les coefficients du réglage précédent ne pourront plus convenir, sauf dans le cas où la rivière est très uniforme.

Notons que le modèle ainsi réglé, à condition d'accepter sa précision de 500 m entre les points de calcul, sera valable pour simuler des crues supérieures à celles du réglage ou pour étudier l'implantation d'ouvrages futurs. En effet, la topographie et la forme des ouvrages sont déterminées explicitement et leur influence n'est pas représentée par un coefficient global d'ajustement comme l'est la perte de charge.

Enfin, il faut tenir compte des données avec lesquelles on compare les résultats du calcul. Pour pouvoir effectuer une simulation, il faut disposer de conditions aux limites – pour le cas proposé, on réclamera, pour chaque crue simulée, un hydrogramme du débit typique  $Q(t)$  ou un limnigramme des niveaux  $z(t)$  en amont du modèle et un limnigramme  $z(t)$  ou une relation  $z = z(Q)$ , donc une courbe de tarage, en aval. En plus, il faut disposer de quelques stations intermédiaires où l'on aura enregistré ne serait-ce que les niveaux  $z(t)$  pour deux ou trois crues de caractères différents, avec lesquels on comparera les résultats. Et il faut que ces données soient **cohérentes, simultanées** : un ensemble de mesures pour **une** crue. Il ne sert à rien d'avoir comme données les niveaux maximaux mesurés pendant 50 ans ou encore un limnigramme par crue, pour trois crues, chacun d'entre eux étant mesuré en une section différente.

On constate ainsi que, pour construire un modèle déterministe et effectuer son réglage, il faut connaître la physique des phénomènes modélisés ainsi que le domaine (bassin versant, rivière, estuaire, sous-sol) modélisé. En effet, l'interprétation des résultats, dont seul un hydrologue ou un hydraulicien est capable, devient un élément primordial. Un autre aspect exigeant l'expertise consiste à juger de la **coïncidence acceptable** entre simulations et mesures lors d'un réglage. En ce qui concerne les modèles déterministes, le jugement du modélisateur est décisif – il est de sa responsabilité de décider si le réglage est adéquat ou non en fonction du type de modèle et de ses objectifs. C'est une décision d'ingénieur.

Il faut souligner ici la difficulté du problème inverse préconisé parfois dans la littérature pour le réglage ou l'exploitation de modèles

mathématiques déterministes. Ce problème peut se rencontrer dans deux contextes assez différents. Le premier concerne le réglage des modèles : on essaie, à partir d'observations à l'aval et à l'amont d'un « système » (en connaissant les « entrées » et les « sorties »), de calculer automatiquement les coefficients de rugosité, de perméabilité ou autres paramètres physiques empiriques. Le second consiste à « remonter le temps » : en connaissant la « sortie » (par exemple, l'hydrogramme à l'aval d'un bief) et ayant calé le modèle (donc ayant identifié le « système »), on voudrait arriver à déterminer « l'entrée ». Le cas typique consiste à déterminer l'hydrogramme de lâchures d'un barrage en amont d'une rivière pour satisfaire un hydrogramme de besoins en irrigation, plusieurs dizaines de kilomètres en aval. Les problèmes inverses sont difficiles à traiter car ils sont en général mal posés au sens mathématique. Plusieurs répartitions des coefficients de rugosité ou de perméabilité, très sensiblement différents, peuvent conduire à une même évolution des niveaux de la surface libre d'une rivière ou des niveaux piézométriques d'une nappe. En introduisant un automatisme dans leur définition, on risque d'éliminer la réflexion du modélisateur en termes physiques, seul critère valable pour le choix et la prise de décision. De même, la « remontée » dans le temps peut conduire, pour un problème dissipatif ou non linéaire, à des résultats complètement faux. Or, presque tous les phénomènes hydrauliques et hydrologiques sont dissipatifs, ou non linéaires, ou les deux à la fois.

Si la notion du réglage (ou calage, ou ajustement) vient de l'hydraulique des modèles réduits, les notions de validation (identification) et de vérification des modèles viennent de l'hydrologie statistique et de la théorie de systèmes (fonctions de transfert). En restant dans les limites de ce vocabulaire, il s'agit d'utiliser une seule partie des séries chronologiques (« entrées » et « sorties ») disponibles pour déterminer les paramètres de fonctions de transfert (identification, validation du système), puis d'utiliser la partie restante de la série pour vérifier le modèle ainsi validé : en employant les « entrées » non utilisées pour l'identification, l'on compare les « sorties » calculées avec celles observées pour vérifier le comportement du modèle. Les différences qui apparaissent entre calculs et observations peuvent alors être traitées comme un échantillon auquel on applique les tests statistiques. Le modélisateur doit prendre la décision de dire si les résultats des tests (déviations standard, erreur moyenne...) sont acceptables ou non. La pratique de la modélisation déterministe consiste en général à utiliser pour le réglage quelques événements de caractères différents, en fonction des données disponibles. On prendra ainsi : pour les rivières, deux ou trois crues ; pour les zones côtières, une marée de vives-eaux et une marée de mortes-eaux ; pour une nappe, une période de plusieurs années. Puis on simulera un autre événement observé, de préférence exceptionnel, pour étudier le comportement du modèle.

On attire l'attention du lecteur sur la terminologie et le vocabulaire qui ne sont nullement normalisés ou figés. Ainsi, certains auteurs insistent sur le fait que l'on peut bien vérifier les équations, mais pas les modèles. Les termes **validation** et **vérification** peuvent être trompeurs pour un public non averti car ils comportent des connotations rassurantes. Un modèle n'est nullement validé, au sens rigoureux de ce terme, parce qu'il a été réglé jusqu'à ce que le modélisateur estime qu'une coïncidence satisfaisante a été atteinte (pour un modèle déterministe) ou parce que les tests statistiques sont satisfaits avec une marge d'erreur jugée acceptable (pour un modèle statistique). Il s'agit là de l'avis du modélisateur, avis subjectif même s'il est fondé sur des résultats objectifs de comparaison. Le cas le plus spectaculaire est le réglage de modèles d'écoulements souterrains sur une période observée (en général une dizaine d'années), puis leur utilisation pour simuler le comportement de la nappe (et souvent des polluants, notamment radioactifs) pendant des siècles. Le procédé est acceptable dans la mesure où la structure du modèle, sa formulation et les algorithmes utilisés sont corrects, mais il est difficile de parler de validation au sens commun du terme. En effet, d'un côté les paramètres peuvent changer avec le temps et d'un autre côté une période de dix ans n'est pas suffisante pour dévoiler toutes les différences pouvant exister entre le jeu de paramètres jugé représentatif par le modélisateur et la réalité. Il faut

faire une distinction entre la **signification commune du mot validation** (rassurant, impliquant que tous les résultats seront désormais sûrs et que toutes les possibilités ont été prises en compte et sont maîtrisables sinon maîtrisées) et la **signification du même terme dans le langage des modélisateurs**.

Enfin, on doit mentionner ici le problème de la valeur d'un réglage en fonction du type de modèle et des données disponibles. Il est évident qu'un modèle ayant un grand nombre de paramètres empiriques pose le problème suivant à son utilisateur : où prendre les valeurs de ces paramètres et lesquels d'entre eux doivent être modifiés pendant le réglage ? Le fameux dicton américain « garbage in, garbage out » est satisfaisant pour l'esprit, comme peut l'être l'idée que, si l'on ne dispose pas de beaucoup des données, il est préférable d'employer un modèle simple (car « plus compatible » avec la pénurie d'informations) qu'un modèle réputé plus complexe. Mais il ne sert à rien d'utiliser un modèle inadéquat sous prétexte qu'on ne possède pas assez de données pour régler un modèle correct. Un ingénieur ne peut tirer aucune conclusion d'un modèle du type « boîte noire » lorsqu'il s'agit de comparer la propagation de crues dans une rivière naturelle avec la propagation dans la même rivière une fois endiguée. Par contre, il pourra le faire à partir d'un modèle déterministe, même en l'absence de données topographiques suffisantes, en admettant des hypothèses sur la largeur et en admettant le lit rectangulaire et la pente approximative. Cela, parce que le modèle déterministe est fondé sur des lois physiques valables universellement, alors qu'une « boîte noire » ne représente qu'un « système » dont la physique n'est pas connue.

## 4. Évolution de l'utilisation des modèles : du calcul à l'hydroinformatique

### 4.1 Systématisation historique

La modélisation mathématique en hydraulique et hydrologie au sens moderne du terme, c'est-à-dire en utilisant les ordinateurs digitaux, date des années 50. C'est en 1952-1953 que le groupe de chercheurs de l'université de New York (Stoker, Isaacson et Troesch) a pu construire, en écrivant un programme et en utilisant un ordinateur, un modèle moderne de la propagation des crues le long d'un tronçon du Mississippi, incluant sa confluence avec l'Ohio. Depuis, les modèles ont subi une série de transformations, passant par quatre générations :

- première génération : des formules numérisées. Cette génération s'est maintenue jusqu'au début des années 60 ;

- deuxième génération : des modèles numériques spécifiques, dédiés, par exemple le modèle d'un tronçon du Rhône, le modèle de la mer du Nord. Il s'agissait de programmes créés à cette fin unique et demandant des modifications importantes dès que l'on voulait les utiliser pour une autre application. Cette génération a régné sans conteste entre 1960 et 1970 ;

- troisième génération : des systèmes généraux de modélisation. Un système, conçu pour simuler la propagation des crues, permet aussi bien de construire un modèle de la Seine qu'un modèle du Niger. Ces systèmes ont été utilisés à partir de 1965 et on les utilise encore aujourd'hui (en 1995) ;

- quatrième génération : les progiciels véritables, des systèmes généraux de modélisation exploités d'une manière conversationnelle.

Le passage d'une génération à l'autre a été conditionné par les développements de la technologie des ordinateurs, lesquels ont alors créé le nouveau concept de progiciels. Du point de vue de l'hydraulique ou de l'hydrologie, il n'y a pas de différence entre les systèmes de troisième et quatrième génération, les derniers ont en

général été dérivés directement des précédents. Du point de vue de l'utilisateur, par contre, la différence est grande. Les premiers systèmes de 4<sup>e</sup> génération sont apparus aux environs des années 1986-1987. Commercialement, ils visent un large public d'utilisateurs et doivent, par définition, être relativement bon marché, pouvoir être implantés sur des stations de travail sous MS-DOS ou sous UNIX.

Trois points essentiels sont à retenir en ce qui concerne les systèmes de 4<sup>e</sup> génération car ils définissent le caractère révolutionnaire, au début mal perçu, de leur apparition :

- ils accélèrent et consacrent la séparation entre utilisateur et fabricant de logiciels. Leurs premières caractéristiques sont la fiabilité, la convivialité, les graphismes, l'ouverture vers l'extérieur. Tout cela demande souvent des centaines de milliers de lignes source de code et rend impossible toute modification du code par l'utilisateur ;

- ils ne peuvent être employés par n'importe qui, malgré leur convivialité. L'utilisateur doit être un hydraulicien ou un hydrologue hautement qualifié pour pouvoir bien poser les problèmes et tirer les conclusions correctes. Par contre, ses connaissances en informatique, et notamment en programmation, peuvent être moins que rudimentaires et, en bien des cas, nulles ;

- ils intègrent toutes les données initiales et les utilisent, au travers des préprocesseurs, de la simulation numérique et des post-processeurs pour créer des informations nouvelles (§ 1.2), lesquelles sont présentées à l'utilisateur d'une manière qui lui permette d'avoir une vision soit globale, soit détaillée, soit par intersection des ensembles de résultats, soit par croisements des résultats. Ainsi, l'utilisateur obtient une valeur ajoutée d'information.

Les codes de modélisation sont devenus des outils de professionnels (hydrauliciens, hydrologues) fabriqués par d'autres professionnels (instituts et sociétés spécialisés, capables de réunir les compétences de plusieurs équipes : hydrauliciens numériques, informaticiens, mathématiciens). L'idée qu'un amateur connaissant l'hydraulique et MS-DOS puisse fabriquer un code personnel et que ce code puisse ensuite être utilisé professionnellement ne peut plus être retenue. **Un code personnel n'est pas un outil fiable pour un bureau d'études ou pour un ingénieur-conseil.**

### 4.2 Lien entre modélisation et matériel

Nous avons décrit la « spirale ascendante » des interactions entre moyens informatiques disponibles et développements de la modélisation, les développements théoriques, touchant à la fois aux méthodes numériques spécifiques et à la formulation mathématique des lois hydrauliques, d'une part, et des logiciels mêmes, d'autre part.

Chaque nouveau saut qualitatif dans le domaine du matériel, qu'il s'agisse des ordinateurs eux-mêmes ou des outils logiciels, implique un changement dans le domaine de la modélisation. Mais, en général, ce changement n'est pas immédiat en ce qui concerne le fond des problèmes. L'évolution très rapide du matériel incite à s'attaquer à des problèmes difficiles tels que la turbulence ou la modélisation tridimensionnelle. Les résultats des premières tentatives ne sont, en général, pas probants car la seule capacité des ordinateurs n'apporte pas grand-chose quant à la compréhension du problème, si la formulation des problèmes physiques reste déficiente. Mais ces tentatives incitent à leur tour à rechercher des formulations convenables et, cette fois-ci, adaptées aux moyens disponibles. Il existe donc un certain décalage entre les deux types de développements et l'ingénieur doit être attentif à employer ce que la recherche et le développement lui offrent.

Un autre aspect des liens entre matériel et modélisation, déjà mentionné précédemment, est un changement profond de la qualité et de la quantité d'informations obtenues à partir d'un modèle.

Cette révolution a mis entre les mains d'ingénieurs hydrauliciens, sans qualifications particulières au niveau de l'informatique, de la programmation ou des méthodes numériques, des outils d'analyse permettant une véritable unification des connaissances et des renseignements relatifs à l'objet de l'étude : bassin versant, rivière, estuaire...

Bien entendu, tous ces progrès deviennent illusoire si le cœur progiciel n'est pas fiable, s'il est incorrect ou fondé sur des formulations inadéquates, d'où la question de la qualité des outils.

### 4.3 Technologie de l'information et modèles. Hydroinformatique

L'hydroinformatique est un terme récent mais déjà bien ancré dans le vocabulaire des spécialistes. L'hydroinformatique peut être définie comme le domaine d'interaction entre les technologies de l'information, les sciences liées aux ressources en eau (hydraulique, hydrologie, qualité de l'eau, gestion de la ressource, aspects réglementaires de cette gestion, etc.) et l'environnement. L'hydroinformatique n'est pas une science, c'est une **technologie**, parce qu'elle s'intéresse à la créativité dans notre monde matériel et nous aide à transformer nos aspirations et désirs en réalités physiques : environnement désirable, eau propre, ports protégés contre les tempêtes, produits chimiques pour l'agriculture gérés intelligemment, etc. En comparaison, la science a pour objet de comprendre et expliquer notre monde perceptible.

L'hydroinformatique élabore et offre des outils pouvant prévoir les conséquences de telle ou telle action, permettant de dire : « si vous faites ceci, il arrivera cela ». Ces outils, fondés sur des technologies acceptées par tous, sont à leur tour acceptables par tous les acteurs. Dans la mesure où ils intègrent les lois, les règlements, etc. qui sont traités comme information, ces outils deviennent des **outils objectifs** pour les acteurs concernés. On ne met plus en doute les résultats obtenus par de tels systèmes, il n'y a que les choix initiaux de chacun qui peuvent être discutables en termes de conséquences prévues. Ainsi, les outils d'hydroinformatique permettent d'éviter des conflits irrationnels entre différents groupes en leur fournissant une base objective de discussions et de consensus, d'où le rôle social de cette discipline. À la base de ces outils se trouvent des modèles mathématiques, en particulier des modèles hydrauliques et hydrologiques.

L'avènement de l'hydroinformatique ne fut possible qu'à partir d'un certain niveau de développement des technologies de l'information et de la communication (électronique, télécommunications, ordinateurs, modèles mathématiques, mathématiques appliquées, mesures, etc.) et grâce à la disponibilité sociale de groupes professionnels capables d'intégrer tous ces éléments. Le système de gestion et de prévision des risques naturels et des risques dus à l'activité humaine, les systèmes d'aide à la gestion de l'environnement, sont des outils typiques de l'hydroinformatique qui comprennent des modèles hydrauliques et hydrologiques de simulation.

On peut conclure en disant que l'hydroinformatique est la perspective, le cadre de l'avenir pour la modélisation.

## 5. Besoins et perspectives

**Exemple** : La valeur des remarques qui suivent est toute relative à la date de leur parution : 1995.

## 5.1 Modélisation

### 5.1.1 Morphologie des rivières et des zones côtières

Au paragraphe [2.2.2](#), nous avons décrit l'état de l'art des modèles de transport de sédiments, d'érosion et de dépôt dans les rivières. Il s'agissait alors d'une modélisation unidimensionnelle et par conséquent incapable de simuler l'évolution des formes d'un cours d'eau en plan. Si, en Europe, la plupart des cours d'eau sont maintenus par des digues et autres ouvrages dans un carcan rendant toute évolution latérale du lit difficile, sinon impossible, tel n'est pas le cas des rivières situées dans d'autres parties du monde. On peut citer des cas extrêmes, presque démesurés, comme les fleuves et rivières du sous-continent indien (Indus, Gange, Jamouna, Padma), mais également bien d'autres rivières en Asie, Afrique et Amérique (du Nord et du Sud) qui évoluent sous forme de méandres, de lits en tresses et de lits plus ou moins rectilignes avec bancs, dépôts sur les rives convexes et érosion sur les rives concaves. En France, le seul grand fleuve pouvant évoluer de la sorte sur certaines parties de son cours est la Loire.

Aujourd'hui (en 1995), il n'existe pas de modèles permettant de simuler véritablement, d'une manière prédictive, l'évolution morphologique (en plan) des rivières. Cette évolution est liée physiquement au transport des sédiments et à leurs caractéristiques, à la pente longitudinale de la vallée, aux caractéristiques géologiques de cette dernière (par exemple, les seuils rocheux, les gorges...), aux débits transitant par les lits mineur et majeur. Le mécanisme de cette évolution est, en détail, tridimensionnel (migration des méandres, modification de leurs formes) et il est lié étroitement aux courants hélicoïdaux (dits secondaires) dans les coudes et au transport des matériaux. L'échelle d'évolution d'un méandre est de quelques dizaines de fois la largeur de la rivière ; si l'on veut imaginer un modèle tridimensionnel d'un méandre il est impensable, quelle que soit la puissance des ordinateurs, de construire un modèle à trois dimensions d'une rivière sur quelques centaines (ou même dizaines) de kilomètres. Il est donc nécessaire de rechercher une formulation mathématique représentative des variations horizontales morphologique du lit des rivières.

La même situation existe dans le domaine de la morphologie côtière. Lorsqu'il s'agit de modéliser l'évolution des fonds marins, on se trouve face à des problèmes de choix de formules adéquates pour représenter la transport, les échanges entre le fond et l'écoulement, la séparation entre la part des sédiments transportés par la suspension et celle transportée par le charriage, la création des formes du fond qui influent sur la résistance à l'écoulement, les pentes fortes localement, les zones découvrantes des estrans, les ouvrages. Un phénomène d'une difficulté considérable s'y ajoute : les courants près des côtes sont dus non seulement à la marée ou au vent, mais aussi à la houle (chapitre *Mouvements de la mer* [C 4 610] dans ce traité). La houle est, par ailleurs, responsables de la mise en mouvement des sédiments et, de plus, elle exerce un effet dynamique d'érosion des plages et des côtes difficilement assimilable au simple transport par les courants. Ce dernier effet nous amène au problème morphologique de la variation des côtes sous l'effet combiné de la houle et des marées. Pour l'ensemble de ces problèmes, les formulations existantes ne sont pas satisfaisantes et les ingénieurs sont contraints à utiliser des approximations et à interpréter les résultats de modèles approchés ou de modèles de simulation des courants. Cela dit, des efforts de recherche considérables sont en cours (par exemple, programme MAST, financé pour une part par la commission des communautés européennes) et ils doivent aboutir à des modèles opérationnels dans les années à venir. Tous les grands laboratoires et instituts de recherche européens participent au programme MAST et, notamment, du côté français : LNH/EDF, SOGREAH, LHF, IFREMER.

### 5.1.2 Problèmes tridimensionnels - turbulence

Les écoulements turbulents sont ceux dont un hydraulicien s'occupe le plus souvent. La turbulence est caractérisée par l'impossibilité de maintenir un écoulement permanent : à l'écoulement moyen se superpose un mouvement non stationnaire, présentant des caractéristiques aléatoires. Cette agitation turbulente est caractérisée par une vitesse moyenne nulle et par des paramètres statistiques (corrélations spatio-temporelles). C'est principalement la turbulence qui est responsable des pertes de charge, car elle provoque un échange de quantités de mouvement entre les différentes couches de fluide dans un écoulement moyen ; c'est également la turbulence qui détermine les propriétés diffusives de l'écoulement (diffusion de la chaleur, des matières dissoutes, équilibre des suspensions). Pour les modèles d'écoulements unidimensionnels ou bidimensionnels horizontaux on peut, dans la majorité des cas, se satisfaire de l'hypothèse de Saint-Venant englobant toutes les pertes de charge dans une formule du type Manning-Strickler représentative des effets de la turbulence. Mais cette approche n'est plus suffisante lorsqu'il s'agit de modèles bidimensionnels verticaux (visant la simulation de phénomènes tels que la stratification, la suspension, l'échange de sédiments entre le fond et l'écoulement) et encore moins pour les problèmes tridimensionnels. Les théories de la turbulence proposées par les chercheurs ne sont pas encore suffisantes pour satisfaire à ces exigences. Les modèles tridimensionnels commencent à être utilisés et doivent tous, d'une manière ou d'une autre, simuler les effets de la turbulence. Or, dès qu'il s'agit de géométries complexes ou de problèmes physiques vraiment intéressants (par exemple, la stratification), ces modèles ont le plus souvent recours à des représentations de la turbulence introduisant des coefficients empiriques, d'où la nécessité d'ajuster le modèle d'une part pour déterminer les valeurs de ces coefficients, d'autre part pour tester les hypothèses sur le mécanisme de la turbulence qui est proposé. Ainsi, parallèlement aux modèles « outils de recherche » (car, bien que fondés sur des théories avancées de la turbulence, ils servent essentiellement à une meilleure compréhension de ces théories et à la définition des limites de leurs applications) commencent à apparaître des modèles opérationnels, employant des hypothèses relativement simples (telle que la longueur de mélange de Prandtl datant des années 1930, à peine aménagée) et demandant, pour interpréter leurs résultats, d'autant plus de connaissances physiques de la part des utilisateurs. Mais ces modèles opérationnels sont généralement construits de manière à pouvoir intégrer les résultats nouveaux de la recherche dans ce domaine. On peut citer, en ce qui concerne les développements français les plus courants et à titre d'exemple : TELEMAC-3D, le modèle tridimensionnel de LNH/EDF, utilisant les éléments finis, ou encore STRATEST, le modèle bidimensionnel vertical du LHF.

## 5.2 Systèmes multimodèles/multiméthodes

Les remarques sur le réglage et la validation de modèles (§ 3.2) indiquent que :

- plus grande est l'incertitude concernant les valeurs des paramètres des équations, meilleure doit être la précision des lois physiques (équations) et des algorithmes, ne serait-ce que pour éliminer le plus grand nombre de sources d'erreurs ;

- les résultats des études, et encore plus des prévisions de situations futures tirées des modèles, doivent être considérés dans le **cadre probabiliste** et l'on devrait toujours chercher à définir un intervalle de confiance. Par exemple, en ce qui concerne le problème de la prévision des crues :

- le bassin versant peut être modélisé de diverses manières, en utilisant plusieurs scénarios basés sur plusieurs modèles et, si

possible, plusieurs méthodes. Les résultats des scénarios peuvent alors être comparés ;

- un grand nombre de simulations peut être effectué en utilisant les événements observés. En comparant les résultats des simulations avec les observations, on peut créer des statistiques permettant de comparer les modèles, les méthodes et les scénarios.

Ces constatations aboutissent à une nouvelle génération d'outils : les systèmes multiméthodes/multimodèles. Cette approche permet de couper court à l'éternelle discussion « quelle est la meilleure méthode » et notamment d'éviter les manifestations d'un « patriotisme du modèle », néfastes pour l'objectivité de l'ingénieur.

À titre d'exemple on peut décrire une plate-forme informatique MISTERE (Multimodel Integrated System for Management of Time Evolving Risks in Environment) développée par le LHF. Il s'agit d'un environnement logiciel multimodèles/multiméthodes pour des études ou pour la mise au point de systèmes opérationnels de la prévision ou/et de la gestion des bassins versants et des rivières. Dans la « boucle de contrôle » d'un système naturel (figure 8a), le rectangle non tramé correspond à la partie « simulation », objet de notre intérêt. Le bassin (figure 8b) a été découpé en sous-bassins (dont les rivières), chacun d'entre eux pouvant être modélisé séparément par des méthodes et des jeux de données historiques différents. Ainsi, une fois le réglage effectué, on obtient toute une série de modèles pour un même sous-bassin, chaque modèle étant caractérisé soit par une méthode, soit par un jeu de données spécifiques. La cascade de modèles réglés permettant de simuler tout le bassin est un **scénario**. L'utilisateur peut construire plusieurs scénarios en choisissant ses jeux de données ou ses méthodes, puis comparer les résultats, par exemple en simulant la prévision pour des situations observées dans le passé puis en la comparant avec les observations. Pour ce faire, il dispose d'une **base de données historiques** où sont stockées toutes les observations antérieures disponibles telles que les enregistrements de pluies, les niveaux d'eau, les hydrogrammes des débits, les courbes de tarage, etc., d'une **base des méthodes** où sont stockés les programmes permettant de simuler la transformation pluie/débits selon des méthodes variées (stochastiques, boîte noire, fonction de transfert, déterministes, propagation des crues le long des rivières selon les équations complètes de Saint-Venant, ou de l'onde diffusive, ou d'autres) et d'une **base de modèles réglés**. Tout le processus est mené grâce à une interface d'utilisateur conviviale et conversationnelle. Bien entendu, la base des données historiques et la base des méthodes doivent être renseignées (chargées) : la première avec des données, la deuxième avec des logiciels de méthodes. Une partie du système peut être exportée vers un système opérationnel de prévision. Le système peut être utilisé soit comme un outil de bureau d'études (pour simuler les conséquences des endiguements, de la construction de barrages, de la déforestation, etc.), soit comme un outil de construction de systèmes hydrologiques opérationnels. L'architecture du système de la figure 8c pourrait aussi bien être utilisée pour les systèmes concernant la pollution dans les bassins hydrographiques que pour d'autres applications.

La place du modèle dans une telle plate-forme est celle d'une composante parmi d'autres, intégrée dans un système beaucoup plus vaste qu'un logiciel de modélisation.

## 5.3 Marché des progiciels : situation, évolution, qualité

Dans le domaine de l'hydraulique et de l'hydrologie et même plus largement dans celui des ressources en eau, on assiste actuellement à un recul progressif de l'utilisation des logiciels « faits à la maison » ou des prototypes de recherches. Le prix d'un progiciel « reconnu



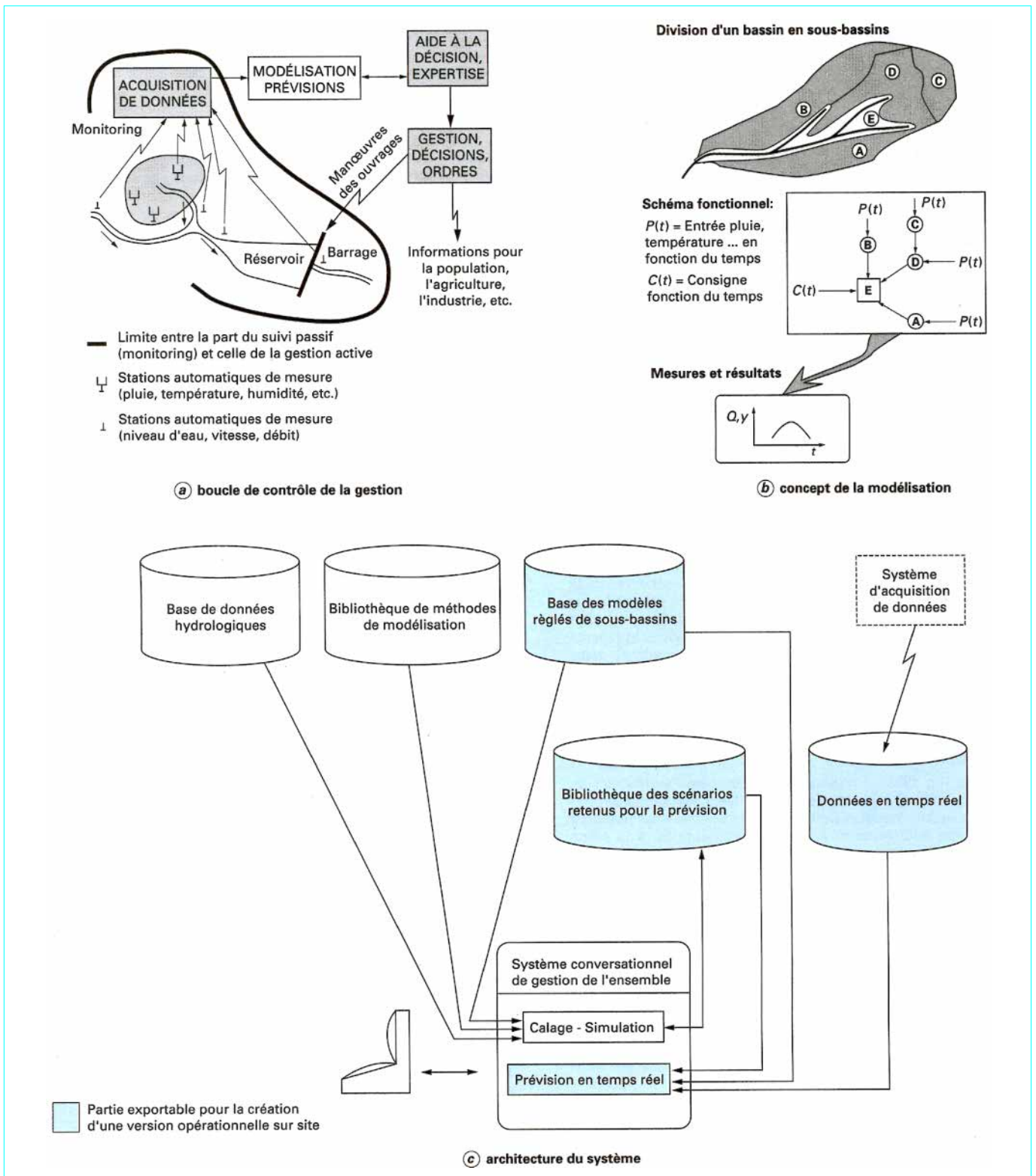


Figure 8 – Plate-forme informatique multiméthodes/multimodèles MISTERE, application à la gestion des risques d'un bassin versant complexe soumis aux inondations (sources : LHF)

par le marché » varie en 1995 entre 150 kF (calcul de propagation des ondes dans les réseaux de canaux et de rivières) et 750 kF (simulation des écoulements et du transport de polluants dans les zones côtières), installation et formation à l'utilisation incluses. Les coûts de développement (y compris les risques considérables d'un échec industriel ou commercial) sont d'un ordre de grandeur encore supérieur, et les délais de l'ordre de 2 à 3 ans. Une concurrence ardue entre les développeurs permet de juger de la qualité des outils et de disposer de certaines garanties, notamment en ce qui concerne l'entretien des outils. En effet, un progiciel non utilisé, peu modifié et non mis à jour, meurt. Ainsi l'élimination du marché des produits « artisanaux » et « personnels » au bénéfice de produits de grands laboratoires qui font également des études est un facteur de sécurité. Une orientation du marché vers des « packages » conviviaux, en langage objet, dont les programmes en langage source sont inaccessibles, devient une règle, notamment pour les produits européens. Bien entendu, le problème de la qualité se pose, et cela sur deux plans : aucun client n'achètera un outil dont l'interface utilisateur n'a pas les qualités qu'il juge nécessaires ; par contre le même client n'a pas toujours les moyens de juger de la qualité du simulateur intégré dans le produit qu'il achète. La concurrence entre les progiciels reconnus sur le marché joue en sa faveur. Ces considérations ne sont pas futiles car la responsabilité des projets des travaux, de la gestion, fondés sur les résultats de la modélisation, ne saurait être imputée au développeur du progiciel. C'est la raison pour laquelle l'Association Internationale des Recherches

Hydrauliques (AIRH) a appuyé l'initiative des grands laboratoires européens consistant à accompagner chaque progiciel d'un « dossier de validation » visant à démontrer ses limites et ses qualités (Bulletin des Recherches Hydrauliques, 1994).

Bien que tous les problèmes de la modélisation hydraulique et hydrologique ne soient pas résolus convenablement, il s'est développé dans ce domaine un vaste marché de progiciels. La clientèle de ce marché est composée de bureaux d'études, d'ingénieurs-conseils, d'entreprises de BTP, de gestionnaires de ressources en eau, de compagnies de l'Eau, mais aussi d'instituts de recherche.

Une nouvelle tendance commence à se manifester : le marché des plates-formes hydroinformatiques multiméthodes/multimodèles, intégrant des interfaces de télécommunications et de technologies de l'information, du type décrit au paragraphe 5.2. En même temps se pose la question des très grands systèmes qui pourraient être utilisés au niveau des Agences ou des compagnies de l'Eau, au niveau des très grandes entreprises ou des villes. Ces systèmes représenteraient, selon les études de marché faites actuellement, le gros du futur marché informatique lié aux ressources en eau. La modélisation hydraulique et hydrologique ne tiendrait qu'une place très réduite dans de tels systèmes, orientés principalement vers la gestion de l'ensemble des problèmes. Son intégration dans ces grands systèmes sera donc le pas à franchir sur le chemin de l'évolution du marché.

# Modèles mathématiques en hydraulique et en hydrologie

par **Jean A. CUNGE**

Docteur-Ingénieur de l'Université de Grenoble,  
Diploma of Imperial College (DIC), Université de Londres,  
Ingénieur diplômé de l'École Polytechnique de Varsovie,  
Directeur de Recherche et Marketing au Laboratoire d'Hydraulique de France,  
Echirolles-Grenoble

## Bibliographie

- [1] ABBOTT (M. B.). – *Computational hydraulics. Elements of the theory of free surface flow* (Hydraulique numérique. Éléments de la théorie des écoulements à surface libre). Pitman Londres (1979).
- [2] ABBOTT (M. B.). – *Hydroinformatics : information technology and the aquatic environment* (Hydroinformatique : technologie de l'information et de l'environnement aquatique). Avebury Technical. Aldershot/Brookfield (1991).
- [3] ABBOTT (M. B.), BATHURST (J. C.), CUNGE (J. A.), O'CONNELL (P. E.) et RASMUSSEN (J.). – *An introduction to the European Hydrologic System (SHE)* (Une introduction au système hydrologique européen - SHE). Journal of Hydrology (GB), p. 45-59 et 66-77, 87 (1985).
- [4] AIRH (Association Internationale de Recherches Hydrauliques). – Journal de Recherches Hydrauliques, numéro spécial consacré à l'hydroinformatique. Delft. 214 pages, vol. 32, n° 3 (1994).
- [5] BELLEUDY (Ph.), KELLERMANN (J.), LOY (G.) et SÖHNGEN (B.). – *Modelling of the Danube and Isar rivers morphological evolution. Part I to III*. (Modélisation de l'évolution morphologique des rivières Danube et Isar). Proceedings 5th Intern. Symposium on River Sedimentation, Karlsruhe, vol. III, p. 1175 à 1227 (1992).
- [6] BEN SLAMA (E.), PERON (S.), BELLEUDY (Ph.) et ROUAS (G.). – *TSAR : un modèle monodimensionnel de simulation des évolutions des fonds alluvionnaires des rivières*. La Houille Blanche. 4, p. 87-95 (1994).
- [7] CUNGE (J. A.), HOLLY (F. M. Jr) et VERWEY (A.). – *Practical aspects of computational river hydraulics* (Aspects pratiques de l'hydraulique numérique des rivières). Londres, Pitman (réédité par Iowa Institute of Hydraulics Research, Iowa City, USA, 1988 et 1994) (1980).
- [8] HAVERKAMP (R.), VAUCLIN (M.) et VACHAUD (G.). – *Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés*. Presses Universitaires de Grenoble (1979).
- [9] SAUVAGET (P.). – *Dispersion in rivers and coastal waters : Numerical computation of dispersion*, Chapter 2 of the book *Developments in hydraulic engineering* (Dispersion dans les rivières et dans les zones côtières, Chapitre 2 du livre « Développements en génie hydraulique »). Éditeur : P. Novak, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam (1985).
- [10] VERWEY (A.), éditeurs, MINNS (A. W.), BABOVIC (V.) et MAKSIMOVIC (C.). – *Hydroinformatics '94*. Proceedings 1st International Conference on Hydroinformatics, 19-23 sept. 1994, Delft, vol. 1 et 2. A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield (1994).

## Principaux instituts industriels européens développant des codes en hydroinformatique

**DHI** Danish Hydraulic Institute.  
**DH** Delft Hydraulics.  
**HR** Hydraulic Research Ltd.

Wallingford Software (filiale de HR).  
**LHF** Laboratoire d'Hydraulique de France.  
**LNH** Laboratoire National d'Hydraulique, EDF.