LES SYSTEMES AUTOMATISES

Comment rendre un système linéaire, linéaire et continu ?
Comment communiquer un système linéaire, linéaire et continu ?
Comment étudier un système linéaire, linéaire et continu ?

Sommaire

1. MISE EN SITUATION

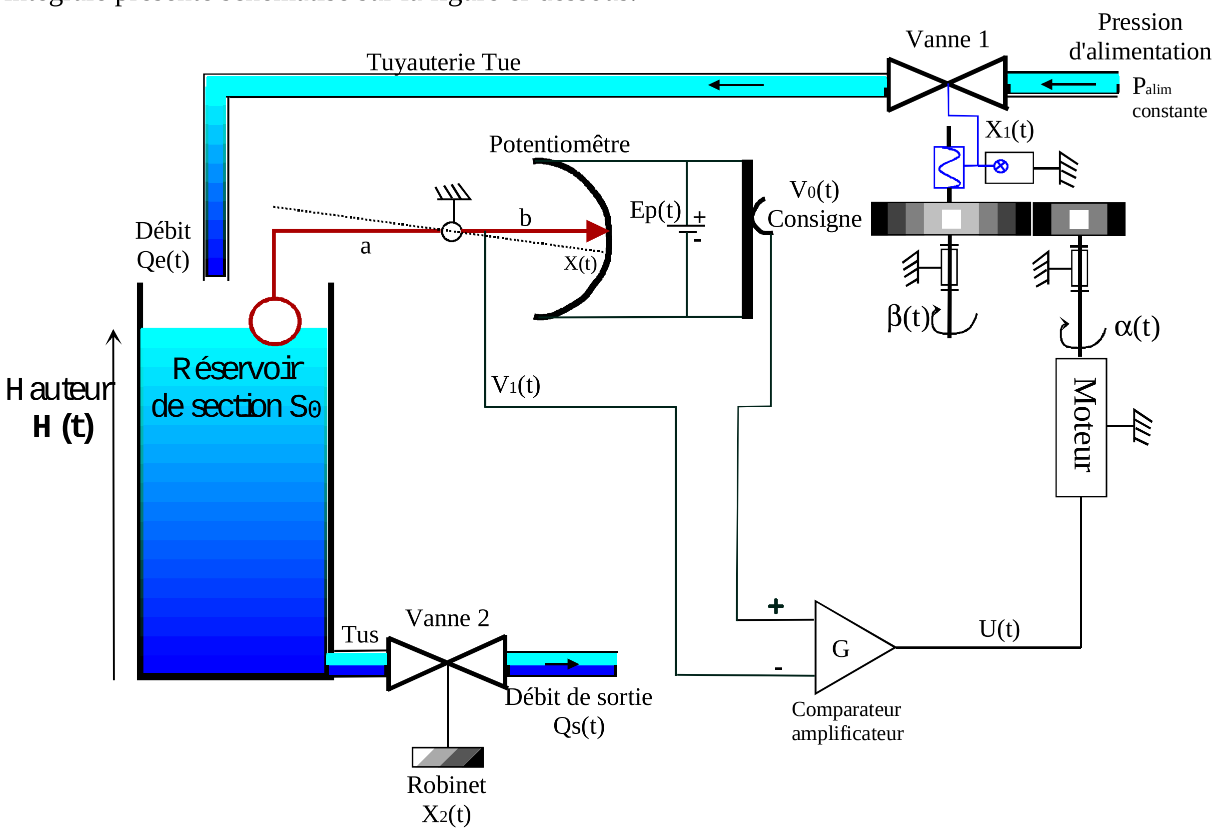
Pour que les tous habitants d'une ville soient alimentés en eau, il est nécessaire de réguler la hauteur d'eau dans le château d'eau.

Pour que les personne habitants au dixième étage d'un immeuble est une alimentation d'eau courante normale, une pression d'alimentation à la base du bâtiment doit être au moins égale à une fois et demi la pression de la colonne d'eau.

De plus, la pression régnant dans les canalisations doit toujours être inférieure à la pression admissible par les joints de la tuyauterie pour éviter les risques de fuites.

1.1. Présentation du système support de l'étude

Pour gérer ce compromis, le service des eaux à mis au point un système de régulation par action intégrale présenté schématisé sur la figure ci-dessous.



La tuyauterie Tu alimente le réservoir à travers la vanne V1 de débit volumétrique *Qe(t)*. Le robinet associé à cette vanne de section d'ouverture $X_1(t)$ permet de régler ce débit suivant la position angulaire $\beta(t)$ de la sortie d'un réducteur de rapport 1/n. Un système vis écrou de pas k_1, permet de transformer la rotation modélisée par l'angle $\beta(t)$ en une translation représentée ici par $X_1(t)$.

L'entrée $\alpha(t)$ du réducteur correspond à la sortie angulaire d'un moteur à courant continu, alimenté par le biais d'amplificateur différentiel de puissance de sortie U(t) et de Gain G. On considèrera que ce gain est constant dans la bande de fréquence étudiée.

Le niveau H(t) du liquide de masse volumique ρ dans le réservoir (de section constante $S = 50\,m^2$) est repéré par le flotteur actionnant par le biais d'un levier de bras de longueurs a et b, le curseur d'un potentiomètre circulaire. Ce dernier est alimenté par une tension constante Ep(t). Cette même source alimente un potentiomètre supposé linéaire de gain k_2 qui permet de générer la consigne de position $V_0(t)$. La tension $V_1(t)$ mesurée sur le potentiomètre circulaire, est retranchée à la consigne $V_0(t)$ grâce au comparateur amplificateur de gain G.

Le robinet associé à la vanne V2 (de caractéristiques identiques à la vanne V1) monté sur la tuyauterie Tus correspond à la demande en eau des utilisateurs du réseau.

Le débit volumétrique Qs(t) correspond donc à la perturbation du système car n'est jamais connue avec une grande précision.

2. L'OBJECTIF DE L'ETUDE

L'objectif de l'étude est de :

1. ***Représenter le système de régulation d'eau sous forme de schéma fonctionnel.***
2. ***Modéliser sous certaines hypothèses, à définir (entre autre le point d'étude ou d'équilibre), la régulation de niveau en un système linéaire, continu et invariant.***
3. ***Le représenter sous forme de schéma bloc et d'en trouver les transmitances, dans le but d'en étudier par modélisation les performances du système de régulation d'eau.***
4. ***Rechercher les limites de stabilité du système de régulation d'eau lors d'une correction proportionnelle.***

3. LOIS DE COMPORTEMENT DES DIFFERENTS COMPOSANTS.

3.1. Lois de comportements des vannes V1 et V2.

En admettant que l'écoulement devient turbulent au passage des robinets, le débit est proportionnel au produit de la section de la restriction par la racine carrée de la chute de pression entre l'amont et l'aval de ma vanne, soit : $Q(t) = kX_i(t).\sqrt{P_{amont} - P_{aval}}$ (Cette équation est issue du théorème de Bernoulli) (k est le coefficient de pertes de charges dans la vanne *k=1000 SI*).

Vous prendrez comme accélération de la pesanteur $g = 9{,}81\, m.s^{-1}$.

3.2. Comportement des tuyauteries

Les tuyauteries Tu et Tus sont de faibles longueurs et vous négligerez les chutes de pression dans ces conduites.

La pression d'alimentation sera notée $P_{a\lim}$ et la pression atmosphérique P_a.

3.3. Loi de comportement du réservoir

$$Qe(t) - Qs(t) = S\frac{dH(t)}{dt} \text{ où :}$$

H(t) : la hauteur du niveau d'eau dans le réservoir

$Qs(t)$: la section constante du réservoir

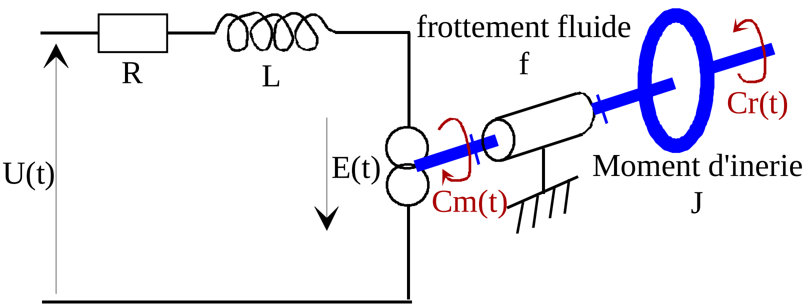
$Qe(t)$: le débit sortant de la tuyauterie Tu

$Qs(t)$: le débit sortant de la tuyauterie Tus

Cette équation traduit tout simplement en considérant le fluide incompressible, la conservation de la masse d'eau entrante dans le réservoir et sortante du réservoir.

3.4. Loi de comportement du moteur à courant continu

3.4.1. Schéma d'un moteur à courant continu :



3.4.2. Lois de comportement du moteur

Les lois de comportement du moteur se modélisent à l'aide des équations : (voir cours)

$U(t)-E(t)=L\dfrac{dI(t)}{dt}+RI(t)$ $E(t)=Ke.\Omega(t)$ $Cm(t)-Cr(t)-f.\Omega(t)=J\dfrac{d\Omega(t)}{dt}$ $Cm(t)=Kt.I(t)$	U(t) : Tension d'entrée E(t) : Tension aux bornes du moteur $\Omega(t)$: fréquence de rotation du rotor I(t) : courant dans l'induit Cm(t) : couple moteur Cr(t) : couple récepteur f ; Coefficient de frottement visqueux dans la liaison pivot. R : résistance de l'induit L : inductance de l'induit

4. DEFINITION DU POINT D'ETUDE (OU D'EQUILIBRE, OU AU REPOS)

Le point d'étude est défini vers 4 heures du matin (cet instant sera considéré comme l'instant initial noté t_0). Les habitants dorment en majeur partie et l'équilibre du système de régulation est quasiment réalisé.

On appellera ce point : point d'étude ou de repos et sera noté M_0.

- Le point d'étude pour le réservoir : *$H(t_0)=h_0$ et prendra 20 mètres*
- Le point d'étude pour les vannes : $X_1(t_0)=x_{10}$; $X_2(t_0)=x_{20}$; $Q_s(t_0)=q_{s0}$; $Q_e(t_0)=q_{s0}$;
- Le point d'étude du moteur a pour coordonnées : $M_0\{e_0;cm_0;i_0;u_0;\omega_0;cr_0\}$

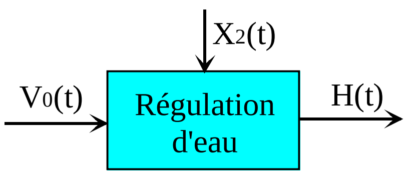
5. ANALYSE GLOBALE DU SYSTEME DE REGULATION D'EAU

Questions à rédiger :

Pour traduire et communiquer le système, vous devez répondre aux points suivants :

- Dans un premier temps, définir les entrées-sorties du système de régulation d'eau en les présentant sous forme de schéma fonctionnel.

Réponse :



Vo(t) est la consigne

$X_2(t)$ représente la demande que les utilisateurs du réseau utilisent. (inconnue à un instant t)

H(t) est la sortie qui doit être régulée.

- Ensuite présenter le système de régulation d'eau sous forme de schéma fonctionnel. Ce schéma fonctionnel doit montrer les différents sous-ensembles composants le système complet et toutes leurs entrées-sorties. Vous noterez sur ce schéma entre parenthèses les unités de chaque entrée-sorties.

Réponse :

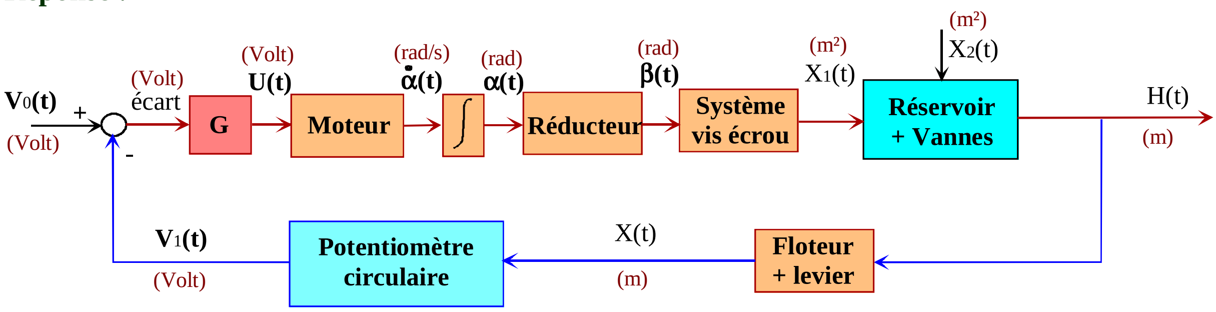


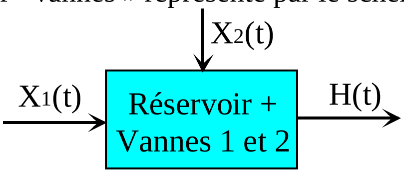
Schéma fonctionnel du système de régulation d'eau.

6. MODELISATION DE CHAQUE COMPOSANT

6.1. Réservoir et les vannes 1 et2.

Le sous objectif, est de modéliser ce sous-système par un système linéaire, continu et invariant. Puis de le représenter sous forme de schéma bloc.

Soit le sous-système « réservoir +vannes » représenté par le schéma suivant :



Questions à rédiger :

6.1.1. Étude analytique

- En partant des lois de comportement des différents composants, vous linéariserez au premier ordre autour du point de fonctionnement (ou point d'étude) défini précédemment.

Réponse :

Modélisation de la vanne 1 :

On linéarise autour du point M_0. Pour ce faire, le changement de variable $Qe(t) = q_e(t) + q_{e0}$ et $X_1(t) = x_1(t) + x_{10}$ est nécessaire.

Appliquons la loi de comportement de la vanne 1 aux instants $t_0=0$ et t quelconque.

- A l'instant $t_0=0$: $Qe(t_0) = q_{e0} = k.x_{10}.\sqrt{P_{a\lim} - P_a}$
- A l'instant t : $q_e(t) + q_{e0} = k.(x_1(t) + x_{10}).\sqrt{P_{a\lim} - P_a}$

Conclusion en faisant la différence de ces deux équations, on obtient :

$$\boxed{q_e(t) = k.x_1(t).\sqrt{P_{a\lim} - P_a}} \qquad \textit{équation 1}$$

Modélisation de la vanne 2 :

On linéarise autour du point M_0. Pour ce faire, le changement de variable $Qs(t) = q_s(t) + q_{s0}$; $X_2(t) = x_2(t) + x_{20}$ et $H(t) = h(t) + h_0$ est nécessaire.

Appliquons la loi de comportement de la vanne 2 aux instants $t_0=0$ et t quelconque.

- A l'instant $t_0=0$: $Qs(t_0) = q_{s0} = k.x_{20}.\sqrt{P_a - \rho g h_0}$
- A l'instant t : $q_s(t) + q_{s0} = k.(x_2(t) + x_{20}).\sqrt{P_a - \rho.g.(h(t) + h_0)}$

En faisant un développement au premier ordre et un développement limité en considérant que h(t) tend vers zéro, on obtient :

$$q_s(t)+q_{s0}=k.(x_2(t)+x_{20}).\sqrt{\rho.g.h_0}.\left(1+\frac{h(t)}{2.h_0}\right)$$

$$q_s(t)+q_{s0}=\underbrace{k.\sqrt{\rho.g.h_0}.x_{210}}_{=q_{s0}}+x_2(t).k.\sqrt{\rho.g.h_0}+x_{20}.\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0}.h(t)+\underbrace{x_2(t).\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0}.h(t)}_{=0 \text{ deuxième ordre}}$$

Conclusion on obtient :

$$\boxed{q_s(t)=x_2(t).k.\sqrt{\rho.g.h_0}+x_{20}.\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0}.h(t)} \quad \textit{Équation 2}$$

<u>Modélisation du réservoir :</u>
On linéarise autour du point M_0.
Appliquons la loi de comportement du réservoir aux instants $t_0=0$ et t quelconque.

- A l'instant $t_0=0$: $q_{e0}-q_{s0}=S\dfrac{dh_0}{dt}=0$ (d'où le mot : point d'équilibre)
- A l'instant t : $q_e(t)+q_{e0}-q_s(t)-q_{s0}=S\dfrac{d(h(t)+h_0)}{dt}$

Conclusion, on obtient :

$$\boxed{q_e(t)-q_s(t)=S\frac{dh(t)}{dt}} \quad \textit{équation 3}$$

en remplaçant par les données B,C et D on obtient :

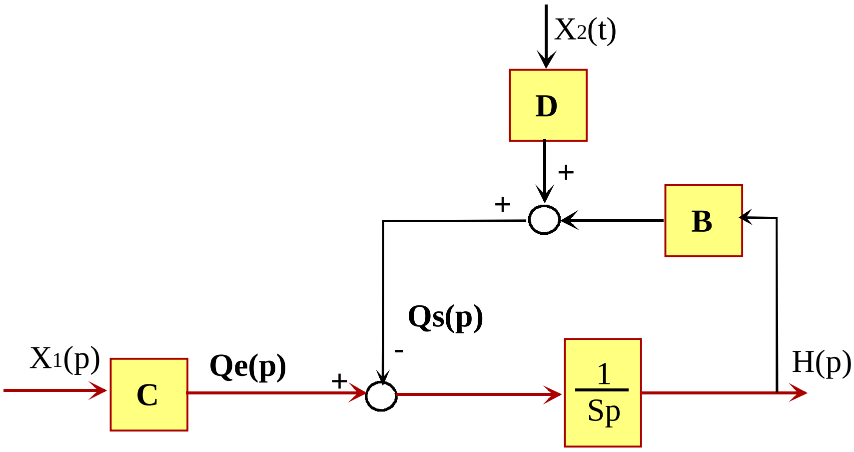
$q_e(t)=k.x_1(t).\sqrt{P_{a\lim}-P_a}$ $q_s(t)=x_2(t).k.\sqrt{\rho.g.h_0}+x_{20}.\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0}.h(t)$ $q_e(t)-q_s(t)=S\frac{dh(t)}{dt}$	$C=k\sqrt{P_{a\lim}-P_a}$ $D=k.\sqrt{\rho.g.h_0}$ $B=x_{20}.\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0}$	$q_e(t)=C.x_1(t)$ $q_s(t)=D.x_2(t)+B.h(t)$ $q_e(t)-q_s(t)=S\frac{dh(t)}{dt}$

<u>Transformée de Laplace des équations 1, 2 et 3.</u>
En travaillant autour du point d'étude M_0, les conditions initiales (à $t = t_0$) sur $q_e(t), x_1(t)$, $q_s(t), x_2(t)$ et $h(t)$ sont bien nulles.
On obtient donc :

$$\begin{array}{c} q_e(t)=C.x_1(t) \\ q_s(t)=D.x_2(t)+B.h(t) \\ q_e(t)-q_s(t)=S\dfrac{dh(t)}{dt} \end{array} \xrightarrow{\text{transformée de Laplace}} \begin{array}{c} Q_e(p)=C.X_1(P) \\ Q_s(p)=D.X_2(p)+B.H(p) \\ Q_e(p)-Q_s(p)=S.p.H(p) \end{array}$$

- Vous représenterez le système « réservoir + vannes » à l'aide du schéma bloc.

Ré**ponse :**
<u>Élaboration du schéma bloc du réservoir + les Vannes</u>

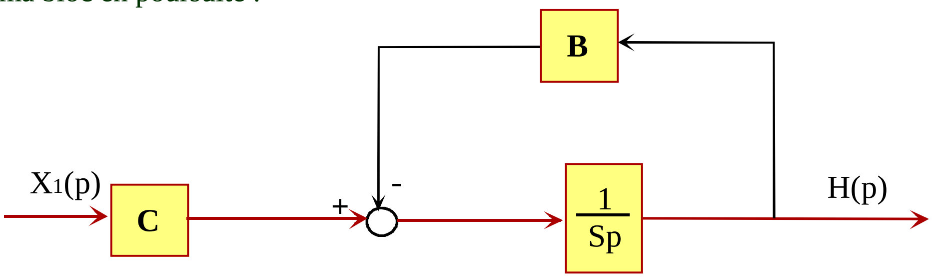


- Pour finir, vous donnerez les fonctions transfert en poursuite et en régulation en calculant le gain statique en poursuite et en régulation et la constante de temps du système « réservoir + vannes 1 et 2 »

Réponse :

Fonction transfert en poursuite ($X_2(p)=0$)du système « réservoir + vannes »

Soit le schéma bloc en poursuite :



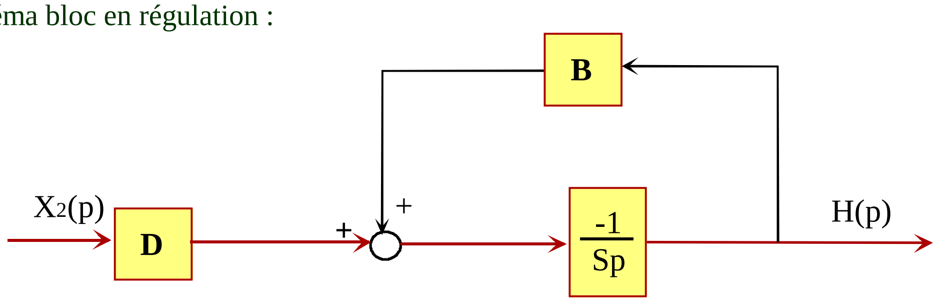
D'où en la fonction transfert en poursuite :

$$\boxed{\frac{H(p)}{X_1(p)} = \frac{\frac{C}{B}}{1+\frac{S}{B}P}}$$

La constante de temps est $T = {}^{S}\!/_{B} = 1\,s$ et le gain statique est $K_p = {}^{C}\!/_{B} = 2.10^{-3}\ m^{-1}$

Fonction transfert en régulation ($X_1(p)=0$)du système « réservoir + vannes »

Soit le schéma bloc en régulation :



D'où en la fonction transfert en poursuite :

$$\boxed{\frac{H(p)}{X_2(p)} = \frac{\frac{-D}{B}}{1+\frac{S}{B}P}}$$

La constante de temps est $T = {}^{S}\!/_{B} = 1\,s$ et le gain statique est $K_r = -{}^{D}\!/_{B} = -2.10^{-3}\ m^{-1}$

Le gain, ici, est négatif. Donc l'ouverture de la vanne V2 entraîne bien un chute de niveau dans le réservoir.

Remarque : les deux fonctions transferts (en poursuite et en régulation) ont le même dénominateur. Ce dénominateur est appelé équation caractéristique du système « réservoir+ vannes ».

6.1.2. Applications numériques et courbes réponses

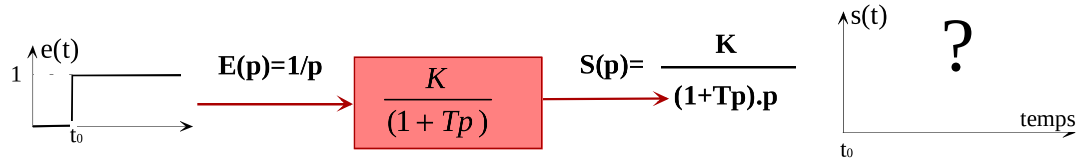
Répondre aux points suivants :

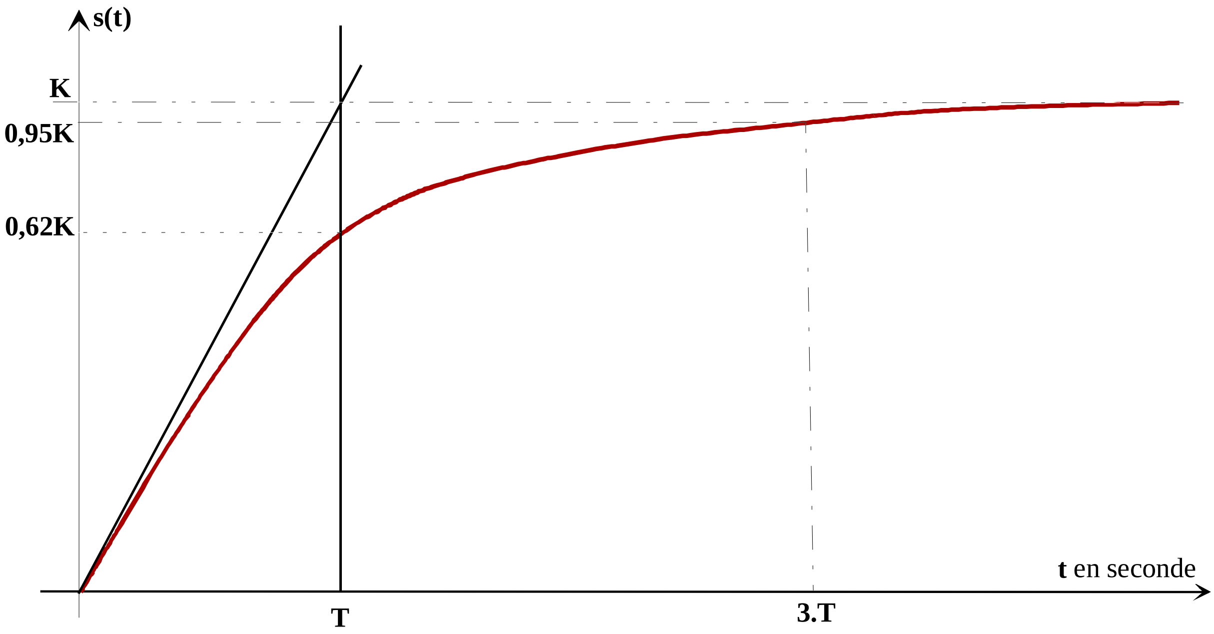
- Faire les applications numériques
- Donner l'allure de la courbe en poursuite de H(t) lors que l'entrée est un échelon unitaire.
- Donner l'allure de la courbe en régulation de H(t) lors que l'entrée est un échelon unitaire.
- Conclure

Vous poserez :

$$C = k\sqrt{P_{a\lim} - P_a} = 500ms^{-1}\ ;\ D = k.\sqrt{\rho.g.h_0} = 500ms^{-1} \text{ et } B = x_{20}.\frac{k.\sqrt{\rho.g.h_0}}{2.h_0} = 50\ \mathrm{m^2s^{-1}}$$

Réponse :





Voir le cours sur les systèmes automatisés modélisés par des premiers ordres.

6.2. Le moteur à courant continu

Le moteur à courant continu est commandé par l'induit. On négligera l'influence de l'inductance de ce dernier ainsi que les frottements visqueux. On note J le moment d'inertie de l'arbre moteur et toutes les pièces mécaniques mobiles.

Questions à rédiger :

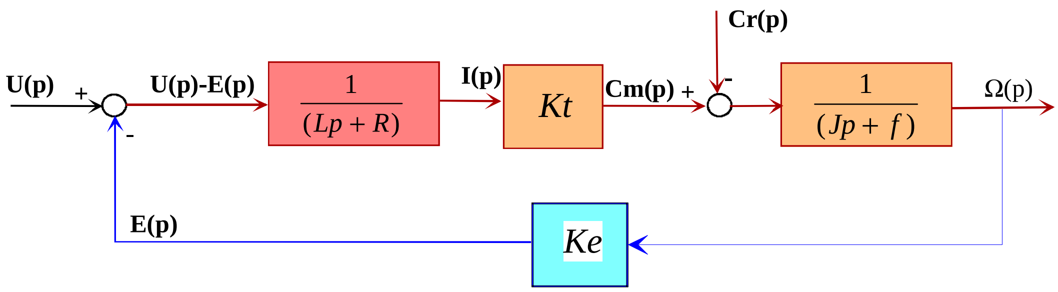
En régime permanent en poursuite, autour du point d'étude M_0, on mesure la fréquence de rotation de 50 rad/s pour une tension de 5 Volt.

En régime transitoire, on mesure un temps de stabilisation de trois secondes suite à un échelon de tension sur l'induit.

- Donner numériquement la transmittance du moteur utilisé.

Réponse :

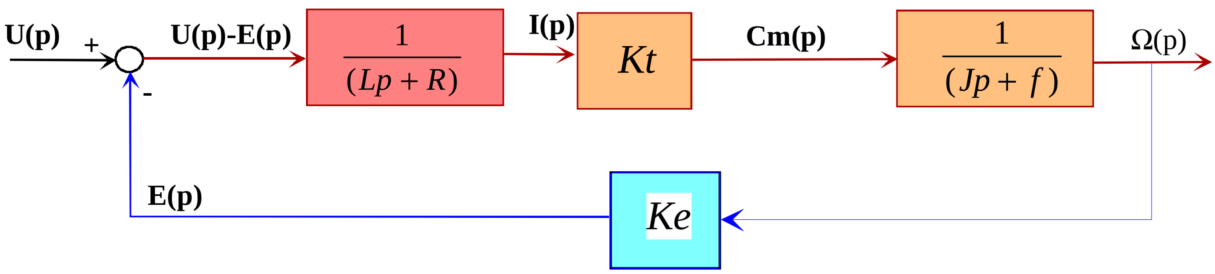
Le schéma bloc du moteur à courant continu :



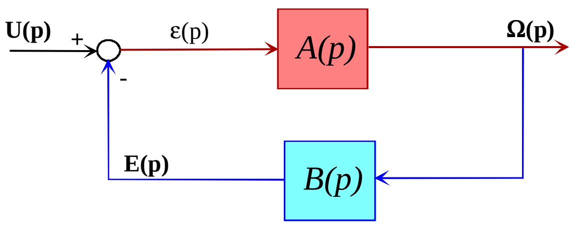
On se propose ici de rechercher le modèle mathématique du moteur dont le schéma bloc est donné ci-dessus. Pour se faire, on utilise le principe de superposition.

Dans notre cas, selon les données, nous recherchons $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$ en posant *Cr(p)=0*.

Le schéma bloc devient donc :



Le schéma devient sous forme canonique :



où $A(p)=\dfrac{Kt}{(Lp+R)(Jp+f)}$ et $B(p)=Ke$

On remarque très vite que : $E(p)=\Omega(p).B(p)$

et $\varepsilon(p)=U(p)-B(p).\Omega(p)$

de plus $\Omega(p)=\varepsilon(p).A(p)$

d'où $[U(p)-B(p).\Omega(p)].A(p)=\Omega(p)$

Il vient donc : les gens l'appellent la formule de Black (pourquoi pas !)

$$\boxed{\frac{\Omega(p)}{U(p)}=\frac{A(p)}{1+A(p)B(p)}}$$

En conclusion en remplaçant A(p) et B(p) et en posant L = 0 et f = 0, il vient :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)}=\frac{Kt}{(J.R.p)+Ke.Kt}$$

sous forme canonique la fonction transfert devient :

$$H_1(p) = \frac{\Omega_1(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{Ke}}{\frac{JR}{Ke.Kt}p+1}$$, Fonction du second ordre.

Conclusion : le moteur est modélisé par un premier ordre de constant de temps $T = \frac{JR}{Ke.Kt}$ et de gain statique $Ks = \frac{1}{Ke}$.

En utilisant les données, on trouve $Ks = \frac{1}{Ke} = \frac{50}{5} = 10 \frac{rad/s}{V}$ et sachant que le temps de réponse à 95% d'un système du premier ordre est de 3 fois la constante de temps, alors $T = \frac{JR}{Ke.Kt} = 1s$

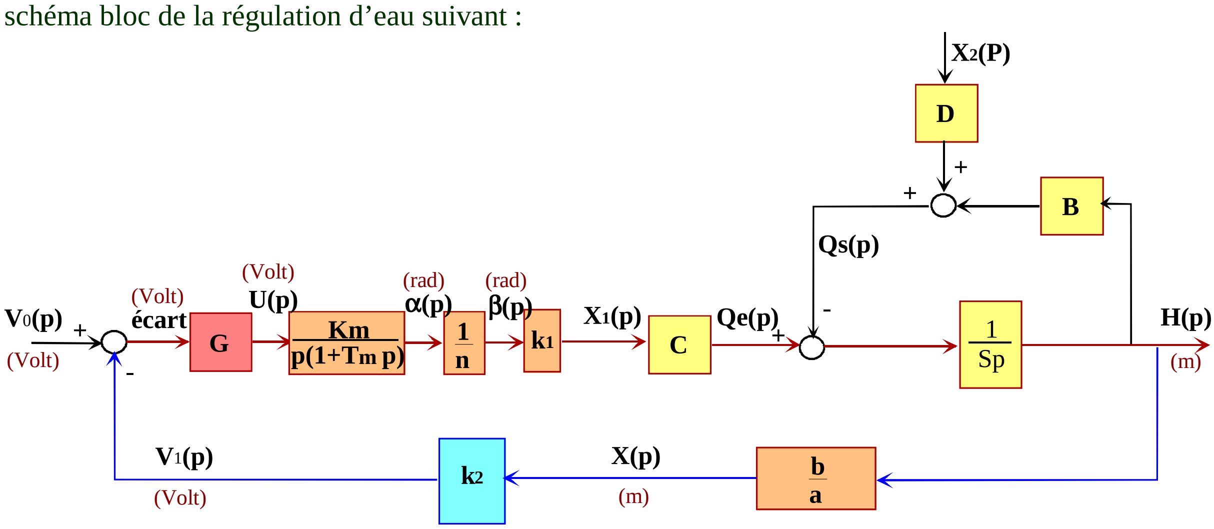
7. MODELISATION SOUS FORME DE SCHEMA BLOC DU SYSTEME DE REGULATION D'EAU

Questions à rédiger :

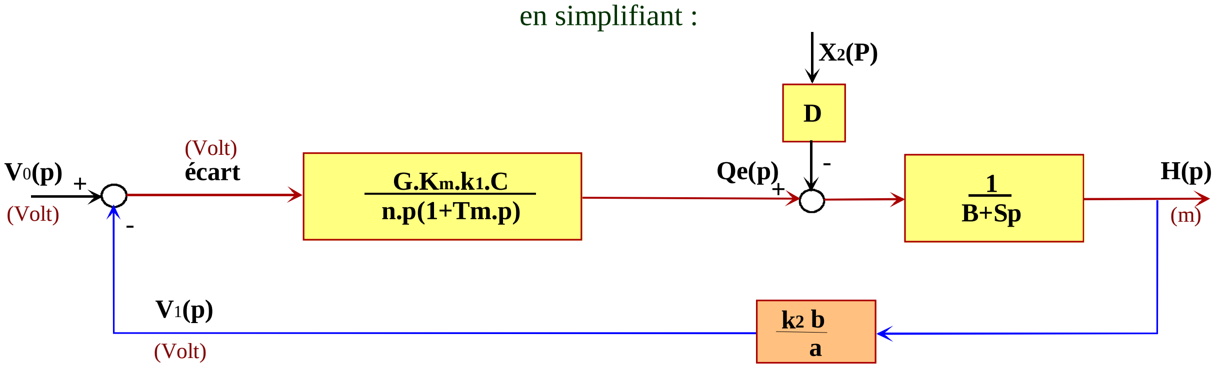
- En utilisant les données et les réponses aux questions précédentes, établir le schéma bloc du système de régulation.

Réponse :

En plaçant les transmitances des différents sous systèmes dans les schéma fonctionnel, on obtient le schéma bloc de la régulation d'eau suivant :



en simplifiant :

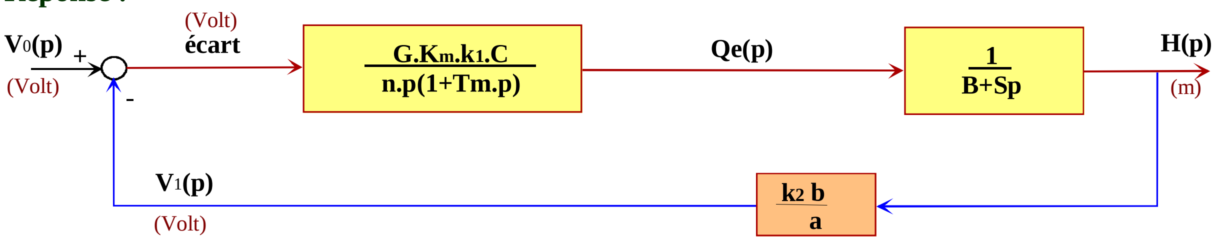


7.1. Étude en poursuite du système de régulation

Questions à rédiger :

- Établir le schéma bloc en poursuite du système de régulation d'eau.

Réponse :



- Rechercher et donner la fonction transfert en poursuite du système de régulation d'eau.

Réponse :

La fonction transfert en poursuite ou fonction transfert en poursuite en boucle fermée : $FTBF_p(p)$

$$\boxed{\frac{H(p)}{V_0(p)}=\frac{\dfrac{Gk_mk_1C}{np(1+T_mP).(B+Sp)}}{1+\dfrac{\left(b/a\right)k_2Gk_mk_1C}{np(1+T_mP).(B+Sp)}}=\frac{Gk_mk_1C}{np(1+T_mP).(B+Sp)+\left(b/a\right)k_2Gk_mk_1C}}$$

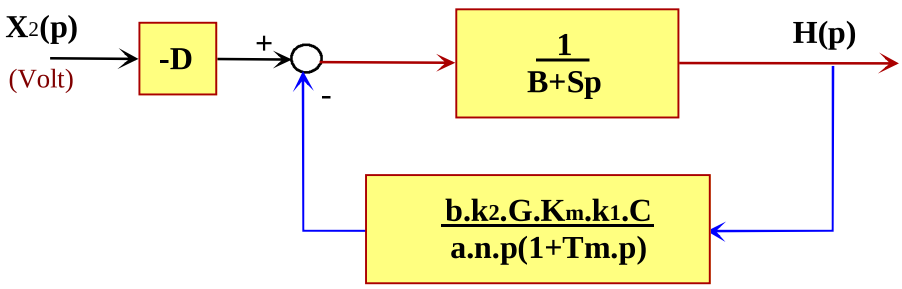
Application numérique :

$$\boxed{\frac{H(p)}{V_0(p)}=\frac{G}{p^3+2p^2+p+G}}$$

7.2. Étude en régulation du système de régulation

Questions à rédiger :

- Établir le schéma bloc en régulation du système de régulation d'eau.



- Rechercher et donner la fonction transfert en régulation du système de régulation d'eau.

Réponse :

La fonction transfert en régulation ou fonction transfert en régulation en boucle fermée : $FTBF_r(p)$

$$\boxed{\frac{H(p)}{X_2(p)}=\frac{-D.n.p.(1+T_mp)}{np(1+T_mP).(B+Sp)+\left(b/a\right)k_2Gk_mk_1C}}$$

Application numérique :

$$\boxed{\frac{H(p)}{X_2(p)}=\frac{-10.(1-p)p}{p^3+2p^2+p+G}}$$

remarque : l'ouverture de la vanne 2 entraîne bien une chute de niveau dans le réservoir.

7.3. Remarques, fonction transfert en boucle ouverte

Questions à rédiger :

- Que remarquer vous ?

Réponse :

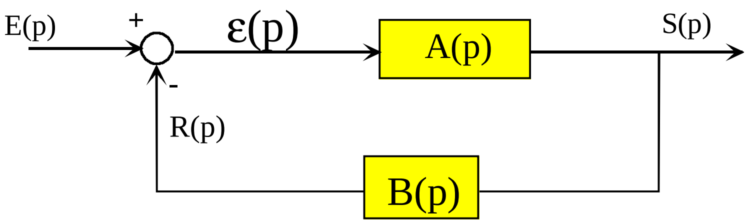
On remarque que les dénominateurs des fonctions transfert en poursuite et en régulation sont identiques. Ce fait est tout à fait normal et indispensable, car ce dénominateur caractérise le système de régulation d'eau et est appelé « équation caractéristique du système »

On caractérise un système par sa fonction transfert dite en boucle ouverte, notée « FTBO(p) : Fonction transfert en boucle ouverte du système »

- Donner la fonction transfert en boucle ouverte du système de régulation en utilisant la définition donnée ci-dessous.

Définition analytique la fonction transfert en boucle ouverte

soit le schéma bloc canonique ci-dessous :



On appelle Fonction Transfert en Boucle ouverte (FTBO(p)), l'expression :

$$\boxed{FTBO(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)}}$$

Réponse :

$$\boxed{FTBO(p) = \frac{\left(b/a\right) k_2 G k_m k_1 C}{np(1+T_m P).(B+Sp)}}$$

8. ÉTUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME DE REGULATION D'EAU

8.1. Critère de stabilité analytique

Questions à rédiger :

En utilisant le critère analytique de Routh (élément du programme à connaître en deuxième année PSI,MP et PT), rechercher la plage possible de réglage du gain G pour que le système de régulation d'eau soit stable.

8.2. Élément de cours : énoncé du Critère de ROUTH(ou de ROUTH-HURWITZ)

Le critère de stabilité de ROUTH est basé sur les propriétés mathématiques des polynômes. Il permet de déterminer la stabilité d'un système de Fonction Transfert en boucle fermée connue:

$$\mathrm{FTBF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{n(p)D(p)}{d(p)D(p) + n(p)N(p)} = \sum_{i=1}^{n} a_i p^i$$

Critère de ROUTH :

Si tous les coefficients ai du dénominateur de la FTBF(p) sont tous de même signe, alors toutes les racines du dénominateur de la fonction transfert globale ont leur partie réelle négative si et seulement si les éléments de la première colonne de la table de Routh ont le même signe.

Dans le cas contraire, le nombre de racines à partie réelle positive est égal au nombre de changement de signe comptabilisées dans cette colonne.

Mise en oeuvre de la condition de stabilité : Tous les coefficients a_i du dénominateur de la FTBF(p) doivent être tous de même signe.

Construction de la table de ROUTH :

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	....	0
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	....	0
...	b_1	b_2	b_3	....	0
....	c_1	c_2	c_3	....	0
....	d_1	d_2	d_3	....	0
....	....	....	....	....	....
s^0	0	0	0	0	0

Où les coefficients a_n, $a_{n-1, ...,}$ a_1, a_0 sont les coefficients du polynôme

Les coefficients b_i, c_i, d_i, etc... sont calculés comme suit :

$$b_1 = -\frac{a_n a_{n-3} - a_{n-1} a_{n-2}}{a_{n-1}} \ ; \ b_2 = -\frac{a_n a_{n-5} - a_{n-1} a_{n-4}}{a_{n-1}} \ ; \text{etc}$$

$$c_1 = -\frac{a_{n-1} b_2 - b_1 a_{n-3}}{b_1} \ ; \ c_2 = -\frac{a_{n-1} b_3 - b_1 a_{n-5}}{b_1} \ ; \text{etc}$$

On poursuit la construction de la table, horizontalement et verticalement jusqu'à obtenir des zéros. On peut multiplier une ligne par une constante avant de calculer la ligne suivante sans changer les propriétés de la table.

Exemples :

1- Soit la fonction de transfert d'un système : $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 6p^2 + 12p + 8}$

Tous les coefficients a_i du dénominateur de la FTBF(p) ne sont pas tous de même signe.

Le système n'est pas stable

2- Soit la fonction de transfert d'un système : $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 6p^2 + 12p + 8}$

Tous les coefficients a_i du dénominateur de la FTBF(p) sont tous de même signe, on peut donc construire la table de Routh.

s^3	1	12	0
s^2	6	8	0
s^1	64/6	0	0
s^0	8	0	0

Puisqu'il n'y a pas changement de signes dans la première colonne de la table, toutes les racines du dénominateur de la fonction transfert ont leur partie réelle négative. **Le système est stable.**

IMPORTANT :

Souvent on a besoin de déterminer le domaine des valeurs d'un paramètre particulier du système pour lesquelles le système est stable. On peut y parvenir en écrivant les inégalités exprimant qu'il n'y a pas de changement de signe dans la première colonne de la table de Routh associée au système. Ces inégalités permettent alors de définir les valeurs permises du paramètre.

3- Soit la fonction transfert d'un système : $F(p)=\dfrac{1}{p^3+3p^2+3p+1+K}$

Tous les coefficients a_i du dénominateur de la FTBF(p) seront tous de même signe si la condition 1+K > 0.est respectée.

Construction de la table de Routh.

s^3	1	3	0
s^2	3	1+K	0
s^1	(8-K)/3	0	0
s^0	K+1	0	0

Le système sera stable si (8-K)/3 > 0 et 1+K > 0 soit : **-1 < K < 8.**

Réponse :
La fonction transfert en poursuite ou fonction transfert en poursuite en boucle fermée : $FTBF_p(p)$

$$\boxed{\frac{H(p)}{V_0(p)}=\frac{G}{p^3+2p^2+p+G}}$$

La fonction transfert en régulation ou fonction transfert en régulation en boucle fermée : $FTBF_r(p)$

$$\boxed{\frac{H(p)}{X_2(p)}=\frac{-10.(1-p)p}{p^3+2p^2+p+G}}$$

Remarque : la stabilité est intrinsèque au système. Les conditions de stabilité de Routh, le confirme, puisqu'elles ne conditionnent que le dénominateur des fonctions transfert en pousuite et en régulation en boucle fermée.

Tous les coefficients a_i du dénominateur de la FTBF(p) seront tous de même signe si la condition G > 0.est respectée.

Construction de la table de Routh appliquée au polynôme : p^3+2p^2+p+G

s^3	1	1	0
s^2	2	G	0
s^1	1-G/2	0	0
s^0	G	0	0

Tous les coefficients de la colonne doivent être positifs

Le système de régulation d'eau sera stable si et seulement si $0<G<2$.