

Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger

par **Didier DUPRAT**

Docteur ingénieur en Génie mécanique
Bureau d'études. Aérospatiale Toulouse.

1. Alliages légers	BM 5 052 - 2
1.1 Alliages d'aluminium	— 2
1.2 Alliages de titane	— 3
2. Endommagement par fatigue	— 3
3. Calcul de fatigue (chargements simples de traction)	— 4
3.1 Principaux paramètres influant sur le comportement en fatigue.....	— 4
3.1.1 Paramètres d'ordre métallurgique	— 4
3.1.2 Paramètres d'ordre mécanique et géométrique	— 4
3.1.3 Environnement	— 5
3.2 Approche globale pour le calcul en fatigue.....	— 5
3.2.1 Courbes d'endurance	— 5
3.2.2 Différents domaines d'endurance	— 5
3.2.3 Modélisation des courbes d'endurance.....	— 6
3.3 Approche locale	— 6
3.4 Sommation de l'endommagement	— 8
3.5 Calculs sous spectre	— 9
3.5.1 Définitions et exemples.....	— 9
3.5.2 Nécessité d'une méthode de décomposition du spectre : le <i>Rainflow</i>	— 9
3.5.3 Mise en œuvre du <i>Rainflow</i> simplifié	— 10
3.5.4 Utilisation d'une modélisation simplifiée des courbes de Wöhler	— 10
4. Calcul de mécanique de la rupture	— 11
4.1 Mécanique linéaire élastique de la rupture	— 11
4.2 Détermination du facteur d'intensité de contrainte (mode I)	— 12
4.2.1 Méthodes analytiques	— 12
4.2.2 Méthodes expérimentales	— 12
4.2.3 Méthodes numériques	— 12
4.3 Modélisation de la vitesse de propagation de fissures	— 12
4.4 Détermination de la longueur critique de la fissure a_c	— 14
4.5 Cumul de l'avancée de fissure.....	— 16
4.5.1 Chargement monotone périodique.....	— 16
4.5.2 Chargement variable (spectre)	— 16
Pour en savoir plus	Doc. BM 5 052

Les structures aéronautiques sont soumises, lorsqu'elles sont en service, à des sollicitations fluctuant au cours du temps. Citons pour exemples la pressurisation du fuselage, les manœuvres du pilote, les turbulences atmosphériques... L'expérience montre que la répétition de cycles d'effort modifie et dégrade les propriétés des matériaux et peut conduire, à terme, à la rupture de pièces. Ce phénomène est couramment appelé « **fatigue** » ou « **endommagement par fatigue** ». Il peut se manifester pour des niveaux de contraintes relativement faibles et inférieurs à la limite d'élasticité du matériau. Dans le

domaine aéronautique, la fatigue se produit en général sans déformation plastique d'ensemble mais avec une déformation plastique très localisée autour des accidents de forme (entaille, alésage, congés de raccordement...).

La prise en compte du phénomène de fatigue doit se faire dès la conception des structures.

La question ardue à laquelle le constructeur d'aéronefs doit répondre est celle du compromis nécessaire entre les exigences économiques (durée de vie la plus élevée possible, masse structurale la plus basse possible), les exigences techniques (disponibilité et performances intrinsèques des matériaux, technologie, mise en œuvre, dessin, etc.) et les exigences réglementaires (tenue d'une structure aux charges extrêmes, maintien de la navigabilité...).

Le choix de bons matériaux revêt une importance toute particulière. On a cru pendant longtemps qu'il fallait, avant tout, rechercher des matériaux possédant une résistance à la déformation la plus élevée possible. Puis, progressivement, dans de nombreux cas, on a dû s'employer à rechercher des matériaux présentant un meilleur compromis entre leur résistance et leur ténacité ou, de façon plus générale, leur ductilité. Par ailleurs, surdimensionner n'est pas non plus une bonne solution.

Ainsi, les alliages légers sont très utilisés pour la structure des aéronefs.

La première partie de ce texte présente succinctement les caractéristiques générales des alliages d'aluminium et de titane.

Les méthodes de calcul en fatigue et mécanique de la rupture adaptés à ces alliages sont détaillés dans une seconde partie.

Se reporter également aux articles :

Fatigue des alliages ferreux. Approche classique [B 5 050] ; Mécanique de la rupture [B 5 060] ; Concentration de contraintes [BM 5 040] ; de ce traité.

1. Alliages légers

1.1 Alliages d'aluminium

Les alliages légers d'aluminium sont principalement utilisés dans l'industrie aéronautique. Ils constituent environ 70 % des matériaux utilisés pour la fabrication des avions civils.

Leurs qualités essentielles sont :

- une faible densité ;
- une conductivité électrique et une conductivité thermique élevées ;
- une bonne résistance à la corrosion ;
- une bonne aptitude à la mise en forme à chaud et à froid ;
- un bon comportement aux basses températures sans risque de fragilisation ;
- de grandes possibilités de durcissement ;
- une toxicité très faible ;
- une aptitude remarquable à se prêter à toutes sortes de traitements de surface ;
- une possibilité de recyclage.

L'aluminium peut être utilisé à différents degrés de pureté ou sous forme d'alliage, avec la plupart des métaux (cuivre, manganèse, magnésium, silicium, zinc, etc.).

Suivant le mode de transformation de ces alliages, nous pouvons distinguer :

- les **alliages de fonderie** (ou de moulage) que l'on choisit pour la fabrication de pièces à partir de l'état liquide par les procédés de coulée en sable, coulée en coquille ou coulée en cire perdue ;
- les **alliages de forge** (ou de corroyage) qui sont destinés à la fabrication de pièces ou de demi-produits, par des procédés de déformation mécanique à partir de l'état solide (forgeage, matricage, laminage, tréfilage, filage, etc.).

Parmi les alliages de forge et suivant le processus utilisé pour l'obtention des niveaux de caractéristiques mécaniques, nous pouvons différencier deux familles :

- les **alliages à durcissement par écrouissage** : le durcissement est obtenu par déformations importantes à température ambiante ;
- les **alliages à durcissement par précipitation** : des traitements thermiques (principalement trempe et revenu) provoquent des modifications de microstructure et permettent ainsi d'augmenter la limite d'élasticité.

Les alliages d'aluminium à durcissement par précipitation sont de loin les plus employés dans l'industrie aéronautique. En effet, ils possèdent des caractéristiques mécaniques beaucoup plus élevées que les alliages à durcissement par écrouissage et conservent une ductilité importante.

Quelques exemples (figure 1) :

■ **alliages à durcissement structural** utilisés pour les zones *travaillantes* de l'avion :

- alliages série 2000 (Al-Cu) : 2017, 2117, 2024, 2124, 2618A, 2091, 2004... ;
- alliages série 7000 (Al-Zn) : 7075, 7175, 7475, 7049, 7010, 7050, 7150... ;
- alliages série 6000 (Al-Mg-Si) : 6013, 6061 ;

■ **alliages sans durcissement structural**, très maléables et facilement soudables constituent les tubes de structure ou de canalisation :

- alliages série 5000 (Al-Mg) : 5083, 5086.

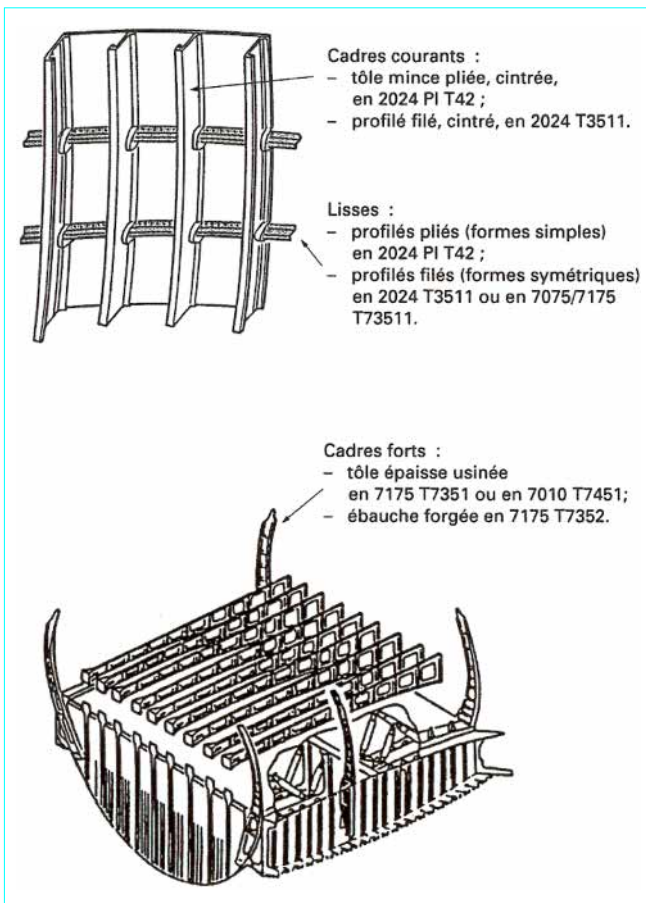


Figure 1 – Exemples d'utilisation des alliages d'aluminium

1.2 Alliages de titane

Malgré un coût élevé et des procédés d'élaboration plus complexes, ils représentent environ 6 % de la structure d'un avion. Leurs caractéristiques principales sont :

- une résistance spécifique (rapport entre la résistance à rupture et la densité du matériau) supérieure à celle des alliages d'aluminium ;
- un excellent comportement statique pour des températures pouvant aller jusqu'à 500 °C ;
- un module d'élasticité plus élevé que celui des alliages d'aluminium ;
- une très bonne résistance aux chocs et à la corrosion.

Les alliages de titane se classent en trois catégories en fonction de la forme de leurs éléments d'addition :

- ceux qui stabilisent la forme α (hexagonale) ou éléments alphas ;
- ceux qui stabilisent la forme β (cubique centrée) ou éléments bêtas ;
- ceux qui stabilisent les deux formes : alliages alphas-bêtas.

L'alliage de titane le plus employé est l'alliage T-A6V4 (alliage α - β aussi désigné TA6V). Il compose une grande partie de la structure du mât réacteur (pièce intermédiaire entre le réacteur et la voilure), et certaines parties de l'avant de l'avion : *casquette* et *bavette* (figure 2).

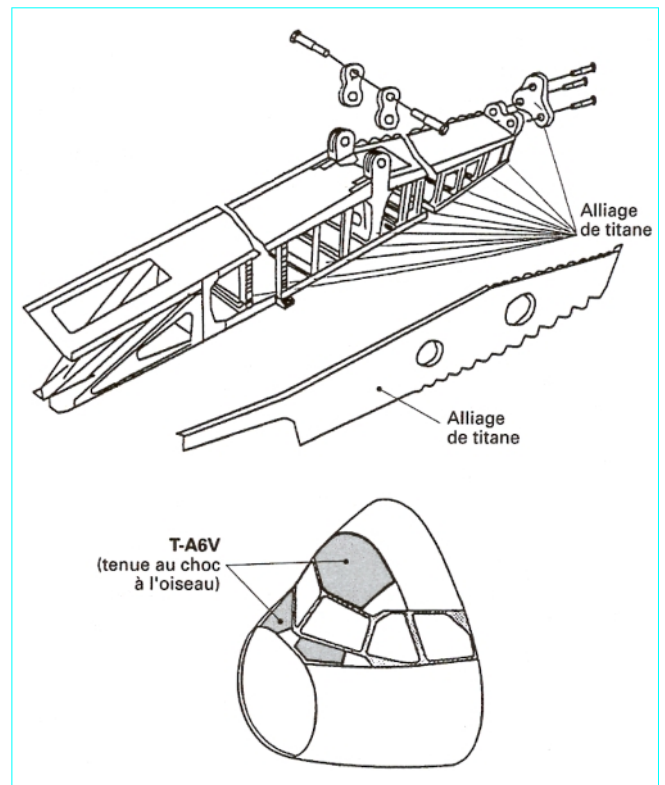


Figure 2 – Exemples d'utilisation des alliages de titane

2. Endommagement par fatigue

L'expérience montre que la répétition de cycles d'effort modifie et dégrade les propriétés des alliages légers et peut conduire, à terme, à la rupture de pièces.

Dans le domaine aéronautique, la fatigue des pièces en alliages légers se produit en général sans déformation plastique d'ensemble, mais avec une déformation plastique très localisée autour des accidents de forme (entailles, alésages, congés de raccordement...).

Si l'on observe de manière fine une structure sollicitée en fatigue (figure 3), nous pouvons mettre une évidence très rapidement de nombreuses microfissures à l'intérieur des grains qui composent le métal (*phase de naissance des microfissures*) [1].

Lorsque le nombre de cycles appliqué est suffisamment élevé, nous remarquons qu'un certain nombre de grains est complètement traversé par de telles microfissures. Cette phase est appelée *phase de nucléation des microfissures*.

Puis, éventuellement, ces microfissures se réunissent pour former une fissure macroscopique orientée plus ou moins selon la direction de cisaillement maximal (*phase de coalescence des microfissures*).

Au-delà d'une taille critique, la fissure se propage dans un plan perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale de traction et donc change de direction (*phase de propagation de fissure*).

La phase d'amorçage telle que nous la concevons habituellement (amorçage macroscopique) correspond aux phases de nucléation et de coalescence des microfissures.

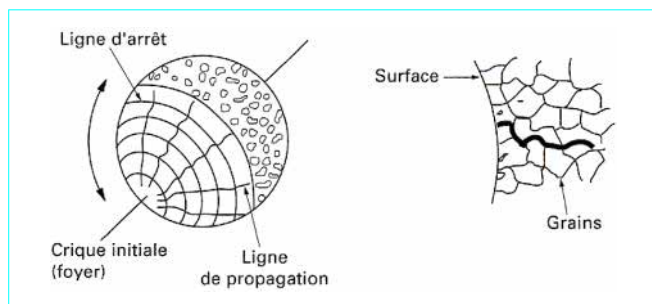


Figure 3 – Endommagement par fatigue

En pratique, les frontières entre ces différentes phases ne sont pas toujours faciles à établir.

L'objectif d'un calcul de fatigue est d'obtenir une durée de vie (nombre de cycles à rupture) qui correspond à l'ensemble des quatre phases décrites précédemment.

Un calcul de mécanique de la rupture ne prend en compte que la dernière phase : il permet d'estimer la vitesse de propagation d'une fissure déjà existante et de taille supérieure à 0,1 mm.

3. Calcul de fatigue (chargements simples de traction)

3.1 Principaux paramètres influant sur le comportement en fatigue

3.1.1 Paramètres d'ordre métallurgique

■ Taille des grains

Les structures à grains fins présentent une meilleure tenue en fatigue que les structures à gros grains.

■ Orientation du fibrage par rapport à la direction des efforts

L'orientation générale des grains (fibrage) confère au matériau une anisotropie plus ou moins marquée. Les caractéristiques statiques et la tenue en fatigue seront meilleures dans le sens long du fibrage que dans les autres sens (travers long et travers court).

■ Taux d'écroutissage

L'écroutissage résultant des opérations de formage a pour effet de consolider le matériau (augmentation de la limite d'élasticité), et par suite, améliore la tenue en fatigue.

■ Traitement thermique

Suivant que le traitement thermique provoque un adoucissement ou un durcissement du matériau, la tenue en fatigue sera diminuée ou augmentée. De plus, le traitement thermique peut modifier la taille des grains.

■ Santé métallurgique de l'alliage

Les défauts métallurgiques (lacunes, défauts interstitiels, précipités, inclusions) peuvent être à l'origine de l'endommagement par fatigue. Par incompatibilité des déformations, ils provoquent des concentrations de contraintes locales. L'abatement de durée de vie dépendra de leurs quantité, taille, nature, répartition, orientation par rapport aux efforts.

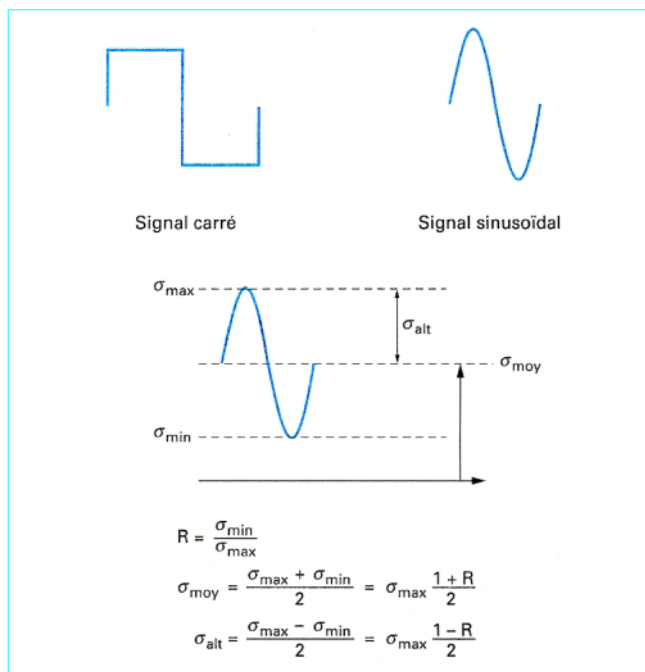


Figure 4 – Chargement monotone

3.1.2 Paramètres d'ordre mécanique et géométrique

■ Nature du chargement

Le chargement peut être monotone ou variable (spectre).

Dans le cas des chargements monotones (figure 4) les paramètres prépondérants sont :

- la forme du signal : un signal du type *carré* et plus pénalisant que celui de type *sinusoïdal* ;
- le rapport R (rapport entre la valeur minimale et la valeur maximale du chargement) : à contrainte maximale constante, si R augmente, la durée de vie augmente ;
- la contrainte moyenne : à amplitude de chargement constante, si σ_{moy} augmente, la durée de vie diminue.

La période du signal a peu d'influence sur la durée de vie. Cette règle est infirmée quand le phénomène de fatigue est associé à d'autres modes d'endommagement fonction du temps : fatigue-corrosion, fatigue-fluage, ou lorsque la rapidité des sollicitations produit un échauffement.

Dans le cas des chargements variables (figure 5), les paramètres prépondérants sont :

- la présence de surcharges : la répétition périodique d'une surcharge peut retarder considérablement la propagation de fissures ;
- l'ordre d'apparition des cycles.

■ Accidents de forme (discontinuité dans la géométrie : entailles, trous, etc.)

Un accident de forme augmente localement le niveau de contrainte (figure 6). Cette augmentation peut être traduite par un coefficient de surcontrainte élastique K_t : rapport entre la contrainte locale maximale et la contrainte nominale. Dans le domaine d'endurance limité (cf. § 3.2.2) (domaine visé par l'industrie aéronautique), si la valeur de K_t augmente, la durée de vie diminue.

■ **Effet d'échelle**

À niveau de contrainte égale, deux pièces de même géométrie mais de dimensions différentes n'auront pas la même tenue en fatigue : plus les dimensions d'une pièce croissent, plus sa résistance à la fatigue diminue. Cette observation s'explique principalement par le volume de matière sollicité : plus celui-ci est grand, plus la probabilité d'avoir des défauts métallurgiques est grande.

■ **Qualité de l'usinage**

Généralement, l'endommagement par fatigue apparaît en premier lieu à la surface des pièces. La prise en compte des deux aspects suivants améliore la tenue en fatigue :

- l'aspect microgéométrie de surface : un mauvais usinage provoque en surface des microreliefs susceptibles d'augmenter localement le niveau de contrainte ; l'amorçage de fissures en surface est donc retardé lorsque la rugosité est faible ;
- l'aspect contraintes résiduelles : l'usinage peut introduire des contraintes résiduelles de traction en surface (elles sont équilibrées en profondeur par des contraintes résiduelles de compression) ; ces contraintes se superposant à celles du chargement accélèrent l'endommagement par fatigue.

3.1.3 Environnement

Un milieu *agressif* (températures élevées, milieux corrosifs...) aggrave le phénomène de fatigue. Il apparaît des phénomènes nouveaux comme le fluage ou la corrosion. Leur action est proportionnelle au temps d'exposition.

3.2 Approche globale pour le calcul en fatigue

3.2.1 Courbes d'endurance

La tenue en fatigue d'un matériau est habituellement quantifiée par des courbes d'endurance ou courbes de Wöhler obtenues par lissage de points expérimentaux (figure 7).

Elles sont établies sous chargement périodique monotone avec des éprouvettes élémentaires présentant différents accidents de forme.

Un chargement périodique monotone peut être parfaitement défini par la valeur maximale de la contrainte et son rapport R (rapport entre la contrainte minimale et la contrainte maximale).

Les résultats des essais de fatigue sont distribués de façon statistique, de sorte que l'on peut définir des courbes correspondant à des probabilités de rupture données selon la contrainte maximale et le nombre de cycles.

La répartition des durées de vie pour une contrainte maximale donnée suit une loi logarithmique normale. Au contraire, pour un nombre de cycles à rupture donné, la répartition des contraintes maximales suit une loi normale.

La dispersion des résultats d'essai est plus grande pour des durées de vie élevées.

3.2.2 Différents domaines d'endurance

Nous pouvons distinguer trois domaines d'endurance (figure 8) :

- le premier se caractérise par le fait que les contraintes dépassent ou avoisinent le niveau de la limite d'élasticité ; ce domaine correspond à la **fatigue oligocyclique** (faible nombre de cycles : inférieur à 10^4) ;
- le second traduit le domaine d'**endurance limitée** : la rupture qui intervient apparaît après l'application d'un nombre limité de cycles compris approximativement entre 10^4 et 10^6 ; c'est le domaine

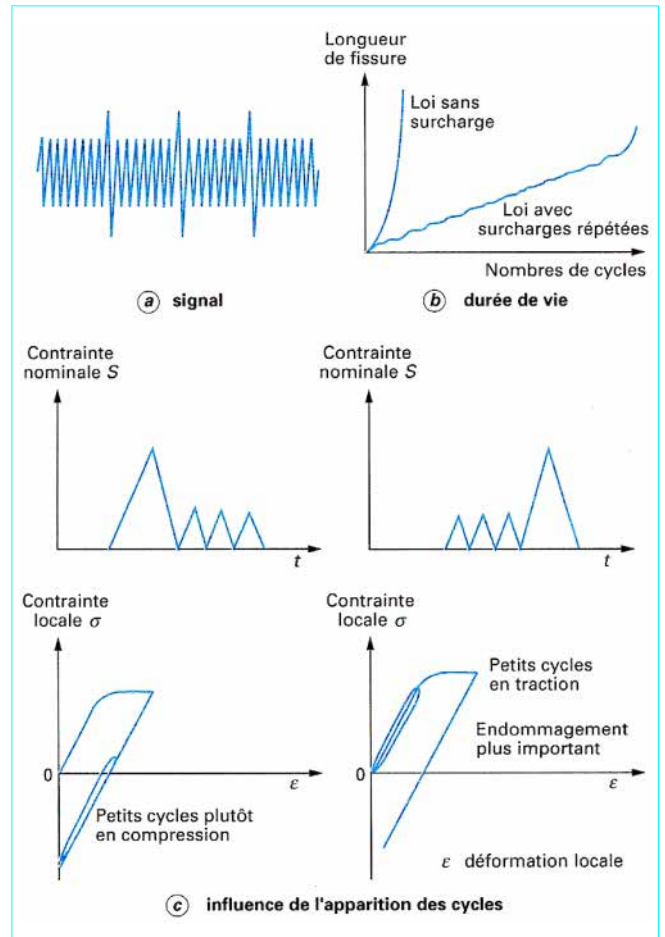


Figure 5 – Chargement variable

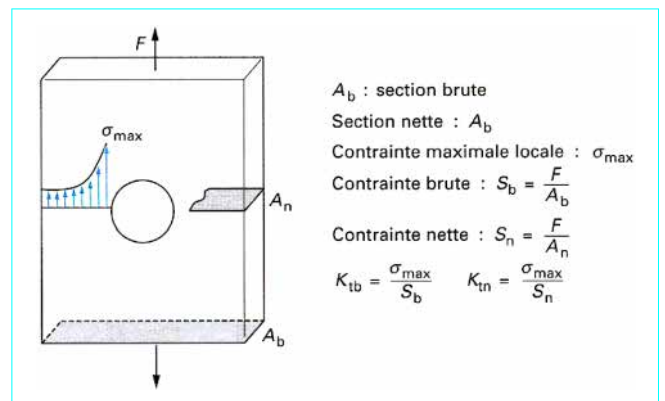


Figure 6 – Accident de forme

dans lequel travaillent les structures qui, pour diverses raisons, doivent avoir des masses et des volumes impérativement réduits (cas des structures aéronautiques) ;

— le troisième est le domaine d'**endurance illimitée** ; au-dessous d'un certain niveau de contrainte (appelé limite d'endurance) et quel que soit le nombre de cycles effectué, la structure ne rompt pas.

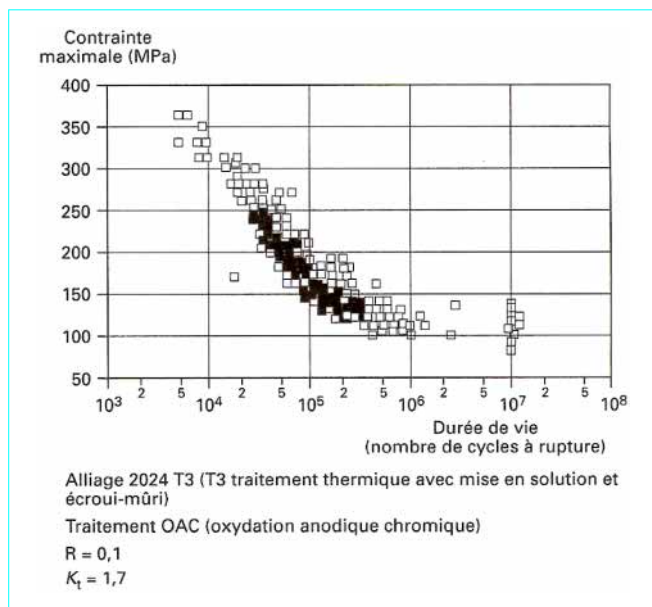


Figure 7 – Résultats expérimentaux d'endurance

3.2.3 Modélisation des courbes d'endurance

Il existe dans la littérature scientifique plusieurs modélisations comportant un nombre plus ou moins grand de paramètres, et traçant une partie ou la totalité des trois domaines d'endurance.

Les plus connues sont celles de :

Wöhler : $\lg(N) = a + b S_{max}$ $a > 0, b < 0$

Basquin : $\lg(N) = a + b \lg(S_{max})$ $a > 0, b < 0$

Palmgren : $\lg(N + A) = a + b \lg(S_{max} - S_D)$ $a > 0, b < 0$

Bastenaire : $\lg(N + B) = a + b \lg(S_{max} - S_D) + c(S_{max} - S_D)$ $a > 0, b < 0, c < 0$

avec N nombre de cycles,
 A, B, a, b, c constantes déterminées à partir des données expérimentales,
 S_{max} contrainte nominale maximale,
 S_D limite d'endurance.

Les paramètres des modèles permettent de lisser les points expérimentaux et d'obtenir le niveau de probabilité de rupture souhaité.

3.3 Approche locale

■ Calcul de la durée de vie

Dans l'approche locale, nous exprimons la durée de vie en fatigue N à partir de paramètres locaux [2]. L'amorçage des fissures a lieu en surface dans des zones de forte concentration de contraintes (accidents de forme). Ces zones sont principalement caractérisées par :

- le coefficient K_t ;
- un état local de contrainte et de déformation.

Le coefficient K_t peut facilement être connu (abaques). Cependant, contrainte et déformation locales sont plus difficilement quantifiables (présence de plasticité due à la surcontrainte). Neuber [3] a proposé une règle simple permettant d'approximer contrainte et

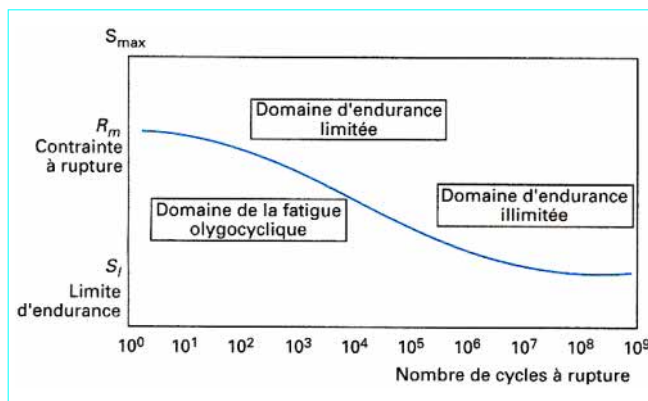


Figure 8 – Les trois domaines d'endurance

déformation locales à partir de la contrainte et de la déformation à l'infini ou nominale (loin de l'accident de forme) :

$$K_t^2 = K_\sigma \cdot K_\epsilon = \frac{\sigma}{S} \frac{\epsilon}{e}$$

avec σ contrainte locale,
 ϵ déformation locale,
 S contrainte nominale,
 e déformation nominale.

En utilisant la valeur du coefficient de surcontrainte élastique K_t et le module d'élasticité E du matériau, cette relation devient :

$$\frac{K_t^2 S^2}{E} = \sigma \cdot \epsilon$$

En appliquant cette dernière relation à la contrainte maximale σ_{max} et alternée σ_{alt} , nous obtenons :

$$\frac{K_t^2 \cdot S_{max}^2}{E} = \sigma_{max} \cdot \epsilon_{max}$$

$$\frac{K_t^2 \cdot S_{alt}^2}{E} = \sigma_{alt} \cdot \epsilon_{alt}$$

La loi de Ramberg Osgood apporte deux relations supplémentaires :

$$\epsilon_{max} = \frac{\sigma_{max}}{E} + \left(\frac{\sigma_{max}}{k'}\right)^{1/n'}$$

$$\epsilon_{alt} = \frac{\sigma_{alt}}{E} + \left(\frac{\sigma_{alt}}{k'}\right)^{1/n'}$$

n', k' paramètres matériau (courbe d'écroutissage cyclique).

L'état local ($\sigma_{max}, \epsilon_{max}, \sigma_{alt}, \epsilon_{alt}$) est parfaitement défini à partir des quatre dernières équations.

Si l'on sollicite en fatigue une éprouvette entaillée avec un niveau de charge nominal suffisant, il se crée autour de l'entaille une zone plastifiée. Cette zone est confinée par la matière environnante qui reste dans le domaine élastique.

Au cours du cycle, lorsque la contrainte nominale redevient minimale (S = 0), la zone plastifiée atteint un état de déformation nulle. Il apparaît alors une contrainte résiduelle de compression σ_r (figure 9).

Il est donc possible de caractériser une zone de concentration par un essai à déformation imposée.

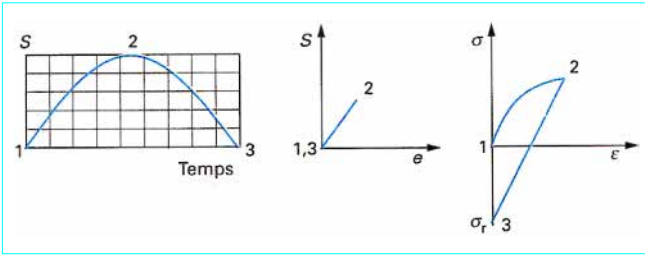


Figure 9 – Confinement de la zone plastifiée au niveau de l’entaille

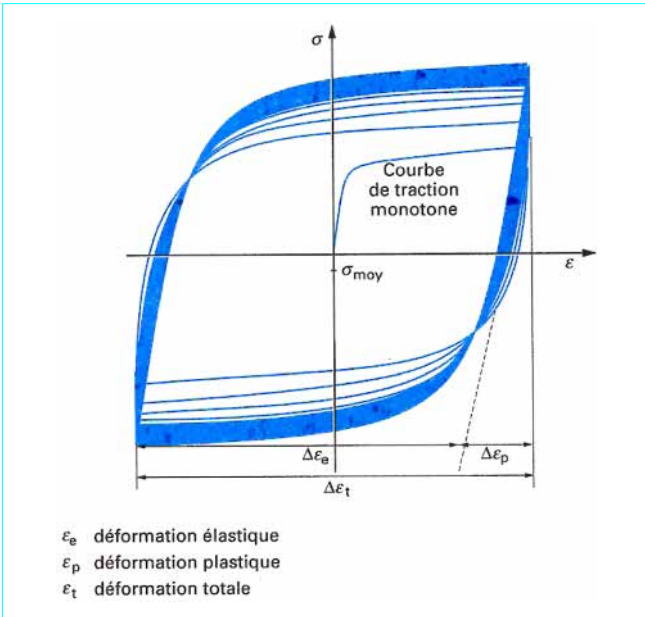


Figure 10 – Boucles d’hystérésis

Lors de cet essai à déformation imposée (déformation moyenne nulle), le relevé des couples σ, ϵ met en évidence, après quelques cycles, une boucle d’hystérésis stabilisée (figure 10).

La déformation totale imposée $\Delta\epsilon_t$ se décompose en une partie plastique $\Delta\epsilon_p$ et une partie élastique $\Delta\epsilon_e$. Le début de la montée ou de la descente en contrainte est linéaire et de pente égale au module d’élasticité. Le premier quart de cycle correspond à la courbe de traction monotone. La contrainte moyenne σ_{moy} est généralement différente de zéro.

En outre, il est possible de définir une déformation alternée par :

$$\epsilon_{alt} = \frac{1}{2} (\epsilon_{max} - \epsilon_{min})$$

Par analogie avec la courbe de traction monotone, la courbe de traction cyclique s’écrit :

$$\frac{\Delta\epsilon_t}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n'}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{1/n'}$$

avec n' et K' paramètres matériau correspondant à la pente et à l’ordonnée à l’origine de la courbe d’érouissage [17].

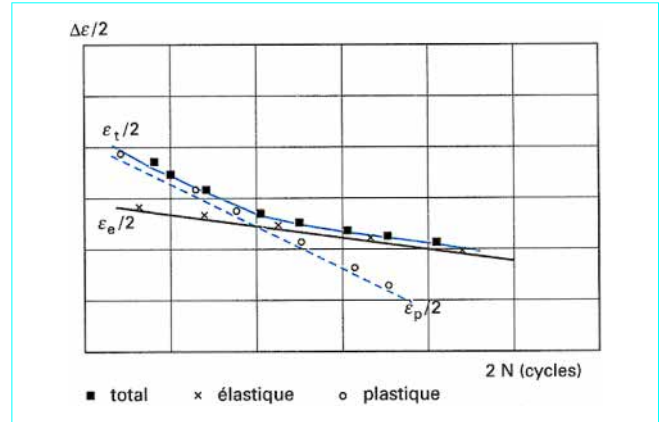


Figure 11 – Relation entre la déformation locale et la durée de vie

Dans le domaine des faibles déformations plastiques, il existe une relation entre la durée de vie de l’éprouvette N et la déformation élastique $\Delta\epsilon_e$ (loi de Basquin) :

$$\frac{\Delta\epsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b$$

avec σ'_f paramètre matériau (coefficient de résistance à la fatigue).

De plus, dans le domaine des fortes déformations plastiques, Manson et Coffin [4] [5] donnent la relation suivante entre N et $\Delta\epsilon_p$:

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N)^c$$

avec ϵ'_f paramètre matériau (coefficient de ductilité).

En associant les deux dernières expressions, nous obtenons une expression liant N et la déformation totale (figure 11) :

$$\frac{\Delta\epsilon_t}{2} = \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b + \epsilon'_f (2N)^c$$

Cette dernière relation est valable pour $R = -1$ ($\epsilon_{min}/\epsilon_{max}$). Plusieurs auteurs ont proposé de modifier la formulation afin de prendre en compte l’effet de contrainte moyenne ($R \neq -1$). La formulation la plus simple est celle de Morrow [6] :

$$\frac{\Delta\epsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{moy}}{E} (2N)^b + \epsilon'_f (2N)^c$$

avec $\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$.

Durée de vie d'une pièce présentant un accident de forme par une approche locale

La pièce étudiée présente un accident de forme. Le coefficient de surcontrainte d'élasticité brut, déterminé par la méthode des éléments finis vaut 3. Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium 2024 T351 (alliage Al-Cu durci par traitement thermique).

Les paramètres du matériau pour une fiabilité de 50 % sont les suivants :

E (MPa)	74 000
ν (coefficient de Poisson)	0,3
b	- 0,103
ϵ'_f	- 0,1212
c	- 0,564
σ'_f (MPa)	842
k' (MPa)	618
n'	0,051

Le chargement est périodique monotone :

$R = 0,1 \quad S_{max} = 200 \text{ MPa}$ (contrainte brute)

Nous déterminons, en premier, l'état local de contrainte et de déformation :

$$\sigma_{max} \cdot \epsilon_{max} = \frac{K_t^2 \cdot S_{max}^2}{E} = \frac{3^2 \times 200^2}{74\,000} = 4,865$$

$$\sigma_{alt} \cdot \epsilon_{alt} = \frac{K_t^2 \cdot S_{alt}^2}{E} = \frac{3^2 \times 90^2}{74\,000} = 0,985$$

$$\frac{4,865}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{max}}{74\,000} + \left(\frac{\sigma_{max}}{618}\right)^{1/0,051}$$

$$\frac{0,985}{\sigma_{alt}} = \frac{\sigma_{alt}}{74\,000} + \left(\frac{\sigma_{alt}}{618}\right)^{1/0,051}$$

Un calcul par dichotomie conduit aux résultats suivants :

$\sigma_{max} = 467 \text{ MPa}$; $\epsilon_{max} = 0,0104$

$\sigma_{alt} = 270 \text{ MPa}$; $\epsilon_{alt} = 0,0036$

$\sigma_{moy} = \sigma_{max} - \sigma_{alt} = 197 \text{ MPa}$

En appliquant la correction de Morrow, nous pouvons déduire la durée de vie N :

$$0,0036 = \frac{842 - 197}{74\,000} (2N)^{-0,103} + 0,1212 (2N)^{-0,564}$$

Par dichotomie, nous obtenons $N = 10^4$ cycles.

3.4 Sommation de l'endommagement

Considérons une éprouvette simple sollicitée en fatigue monotone. Soit N la durée de vie à la rupture lue sur la courbe de Wöhler ou obtenue à partir d'une approche locale.

Si l'on quantifie le dommage par la variable D, il est possible de définir un état *sain* du matériau (la pièce n'a jamais été sollicitée en fatigue) lorsque $D = 0$ et un état *rompu* lorsque $D = 1$. Après n cycles de chargement, $D = n/N$.

La règle de sommation de l'endommagement la plus couramment utilisée est celle de Miner [7]. Elle se fonde sur l'hypothèse que l'endommagement est cumulatif linéaire.

Calcul du nombre de cycles n_3 provoquant la rupture d'une pièce présentant une entaille ($K_t = 1,7$) déjà sollicitée en fatigue avec deux séries successives de cycles n_1 et n_2 :

- première série : $n_1 = 100$ cycles à $R = -1$ et $S_{1max} = 300 \text{ MPa}$;
- seconde série : $n_2 = 8\,000$ cycles à $R = 0$ et $S_{2max} = 250 \text{ MPa}$;
- combien de cycles n_3 à $R = 1$ et $S_{3max} = 200 \text{ MPa}$ pourra-t-on faire jusqu'à rupture ?

Nous connaissons pour ce matériau et pour un K_t de 1,7 les courbes d'endurance à $R = -1$ et $R = 0$ (figure 12).

Nous lisons sur le graphe les durées de vie correspondant aux contraintes S_{1max} , S_{2max} , S_{3max} :

$N_1 = 4 \times 10^2$ cycles

$N_2 = 6 \times 10^5$ cycles

$N_3 = 5 \times 10^4$ cycles

Règle de Miner : $\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} = 1$ (à rupture)

$$n_3 = 5 \times 10^4 \left[1 - \frac{100}{400} - \frac{8\,000}{600\,000} \right]$$

$n_3 = 3,1 \times 10^4$

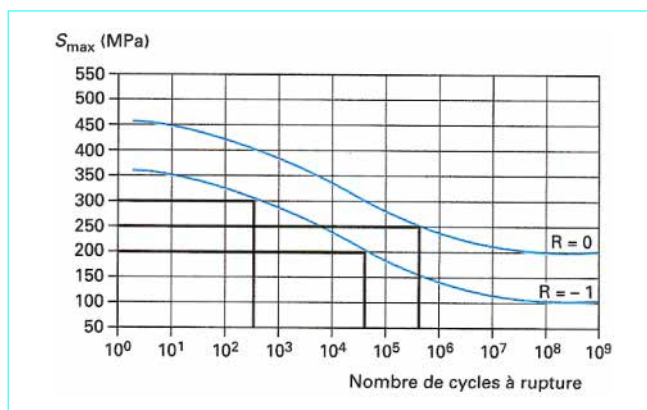


Figure 12 - Courbes d'endurance

3.5 Calculs sous spectre

3.5.1 Définitions et exemples

Un spectre est une succession de *pics* de contrainte (figures 13 et 14). Il correspond à une zone précise de l'avion et à une mission donnée (généralement, une mission s'apparente à un vol). Le calcul en fatigue sous spectre utilise les données établies sous chargement monotone.

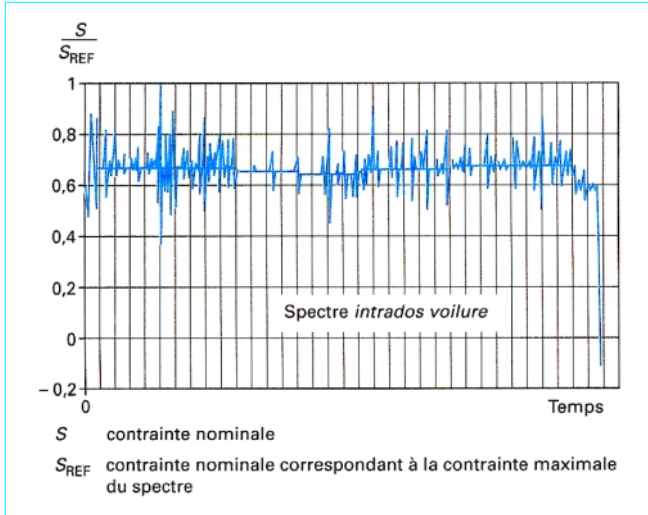


Figure 13 - Spectre intrados voilure

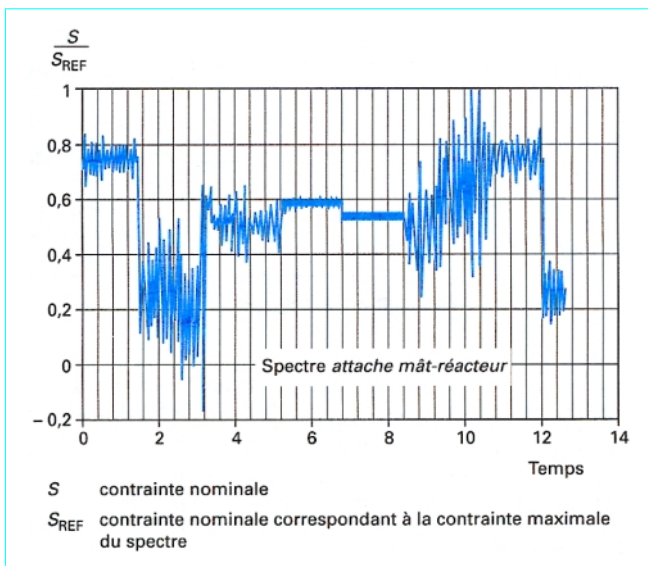


Figure 14 - Spectre attache mât-réacteur

3.5.2 Nécessité d'une méthode de décomposition du spectre : le Rainflow

Le spectre ne peut être utilisé directement. En effet, considérons une éprouvette entaillée et appliquons « à l'infini » des cycles de contrainte S (figure 15). Le relevé de la déformation locale (en fond d'entaille) ϵ et de la contrainte locale σ met en évidence, dans un graphe (ϵ, σ) des boucles plus ou moins étroites traduisant le phénomène d'hystérésis du matériau.

L'endommagement en fatigue est proportionnel à l'aire de ces boucles (cf. § 3.3).

La méthode du *Rainflow* permet de faire ressortir les boucles d'hystérésis d'un spectre. Cette méthode de décomposition fait apparaître les cycles prépondérants pour l'endommagement [8] [9].

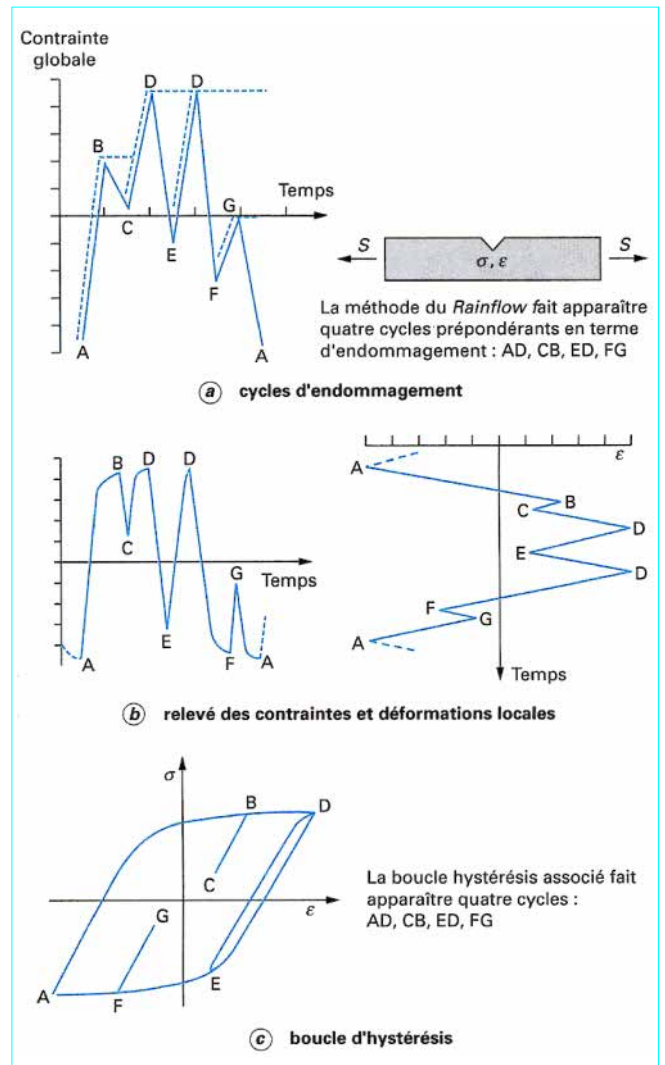


Figure 15 - Le Rainflow

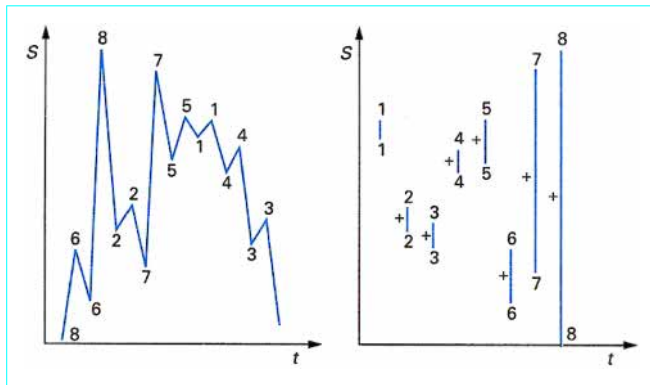


Figure 16 – Mise en œuvre du Rainflow

Le terme *Rainflow* provient de la méthode de décomposition qui s'apparente au parcours d'une goutte d'eau sur un toit en pente.

Le nombre total de cycles du spectre est inchangé.

3.5.3 Mise en œuvre du Rainflow simplifié

La méthode la plus simple est la suivante (figure 16) : nous commençons par éliminer le plus petit cycle du profil, ce qui donne un nouveau profil (un cycle sous spectre est défini par une valeur minimale et une valeur maximale : un **pic bas** et un **pic haut**).

Dans le nouveau profil obtenu, nous isolons de nouveau le plus petit cycle et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il ne reste que le cycle qui relie les extrêmes. C'est le cycle majeur qui traduit généralement l'effet « sol-air-sol ».

3.5.4 Utilisation d'une modélisation simplifiée des courbes de Wöhler

La méthode du *Rainflow* nous permet de définir les cycles significatifs pour l'endommagement. Nous devons maintenant calculer l'endommagement correspondant.

Ce calcul repose sur une modélisation simplifiée des courbes de Wöhler.

Lorsque nous représentons des courbes de Wöhler pour différents rapports R dans un diagramme bilogarithmique, nous constatons que les courbes forment quasiment un réseau de droites parallèles de pente $-1/p$ pour des durées de vie comprises entre 10^4 et 10^6 cycles (figure 17).

Si nous considérons un couple de points (N_1, S_1) et (N_2, S_2) porté par la même droite, nous pouvons écrire :

$$\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^p = \frac{N_2}{N_1}$$

Un point particulier sert de référence : ce point est défini sur la courbe $R = 0,1$ et correspond à une durée de vie moyenne de 10^5 cycles. Une fonction $f(R)$ peut ainsi relier $S_{\max}(R = 0,1)$ et $S_{\max}(R)$ (figure 18) :

$$S_{\max} = \frac{S_{\max}(R = 0,1)}{f(R)}$$

avec $f(R) = 1,065 - 0,65 R$ si $-1 \leq R \leq 0,5$,
 $f(R) = 1,48 - 1,48 R$ si $0,5 \leq R < 1$.

$$N = 10^5 \left(\frac{S_{\max}(R = 0,1)}{S_{\max}(R) f(R)}\right)^p$$

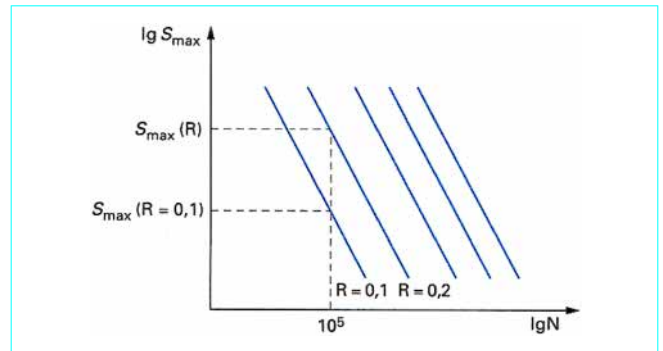


Figure 17 – Modélisation simplifiée des courbes d'endurance

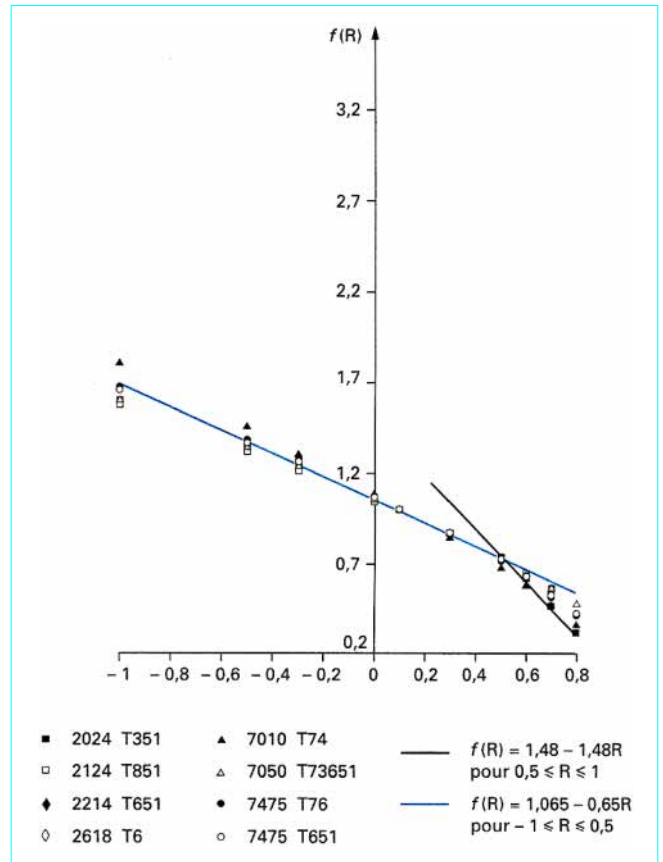


Figure 18 – Rapport $S_{\max}(R = 0,1) / S_{\max}(R)$

L'endommagement s'écrit : $\frac{1}{N} = 10^{-5} \left(\frac{S_{\max}(R) \cdot f(R)}{S_{\max}(R = 0,1)}\right)^p$

Le calcul en fatigue ne nécessite donc que la connaissance d'un point étalon, en particulier $S_{\max}(R = 0,1)$. Pour les alliages légers, la valeur de p est très proche de 4,5.

La durée de vie de 10^5 cycles a été choisie parce qu'elle est proche des objectifs de vie des différents avions. De plus, elle constitue une valeur moyenne des durées de vie correspondant au domaine de la fatigue à endurance limitée.

Le rapport R de référence est égal à 0,1 pour les raisons suivantes :

- il est représentatif des chargements avion : la fatigue du fuselage due à la pression cabine est à R égal à 0, et la majeure partie de l'endommagement de l'intrados de voilure, celle du cycle sol-air-sol, présente un rapport R voisin de 0 ;
- pour faciliter les essais, on évite de descendre à charge nulle pour ne pas avoir à utiliser des montages sans jeu, et l'on préfère s'arrêter à 10 % de la charge maximale.

Pour ces deux raisons, on fait depuis longtemps les évaluations en fatigue des matériaux et des technologies à R = 0,1 (beaucoup de données sont donc disponibles pour ce rapport R).

Le domaine de validité du modèle est limité aux gammes de durées de vie comprises entre 10⁴ et 10⁶ cycles. Il n'est donc pas adapté au calcul de fatigue oligocyclique (ne concerne pas *a priori* les structures aéronautiques civiles).

La linéarisation des courbes de Wöhler supprime la notion de limite d'endurance. Il est souvent admis que, sous spectre, les petits cycles engendrent un endommagement non négligeable.

La fonction de passage de la courbe R = 0,1 à une courbe R quelconque a été établie à partir de données expérimentales sur différents alliages.

Considérons un élément structural aéronautique dont nous possédons la courbe d'endurance à R = 0,1 (courbe à 50 % de probabilité de rupture) :

À 10⁵ cycles : S_{max} (R = 0,1) = 280 MPa (figure 19)

Caractéristiques des cycles issus de la méthode « Rainflow » et l'endommagement correspondant :

N° cycle	S _{max} (MPa)	S _{max} (MPa)	R	f(R)	Endommagement
1	230	195	0,85	0,22	4,5 · 10 ⁻⁹
2	140	115	0,82	0,27	1,2 · 10 ⁻⁹
3	125	80	0,64	0,53	1,5 · 10 ⁻⁸
4	200	175	0,875	0,19	1,2 · 10 ⁻⁹
5	230	185	0,8	0,30	1,8 · 10 ⁻⁸
6	100	40	0,4	0,81	3,8 · 10 ⁻⁸
7	280	75	0,27	0,89	5,9 · 10 ⁻⁶
8	300	0	0	1,065	1,3 · 10 ⁻⁵

L'endommagement total du vol est 1,9 × 10⁻⁵.
L'élément structural pourra donc faire :

1 / (1,9 × 10⁻⁵) = 52 910 vols.

(avec une probabilité de rupture de 50 %).

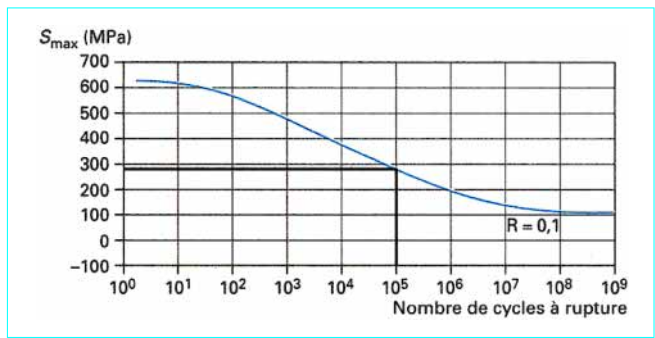


Figure 19 – Détermination de S_{max} (R = 0,1)

4. Calcul de mécanique de la rupture

4.1 Mécanique linéaire élastique de la rupture

En Aéronautique, la mécanique linéaire de la rupture est jugée suffisante pour évaluer le temps de propagation d'une craque : dans la plupart des cas, la plasticité reste localisée en pointe de fissure [18].

Au voisinage d'une fissure, il est possible de distinguer trois zones (figure 20) :

- zone autour de la pointe de fissure ;
- zone dans laquelle le champ de contrainte est caractéristique de la fissure et singulier en \sqrt{r} (zone de singularité élastique) ;
- zone dans laquelle le champ de contrainte est caractéristique de la pièce.

La mécanique linéaire de la rupture réduit la zone 1 en un point et suppose les zones 2 et 3 élastiques.

Le champ de contrainte, dans le voisinage de la pointe de fissure (zone 2), exprimé en coordonnées locales polaires (r, θ) s'écrit :

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} (K_1 \cdot f_{ij}^{(1)}(\theta) + K_2 \cdot f_{ij}^{(2)}(\theta) + K_3 \cdot f_{ij}^{(3)}(\theta))$$

- avec f_{ij} fonction de l'angle polaire par rapport à l'extrémité de la fissure,
- K₁, K₂, K₃ facteurs d'intensité de contraintes,
- K₁ correspond au mode d'ouverture (mode I),
- K₂ au mode de glissement droit (mode II),
- K₃ au mode de glissement vis (mode III).

Lorsque le chargement est simple de type traction/compression ou flexion, seul le mode I est pris en compte dans les hypothèses de calcul. Nous pouvons alors écrire K sous la forme K = S · Y(a) où Y(a) est une fonction de la géométrie de la pièce et de la géométrie de la craque et S la contrainte nominale brute.

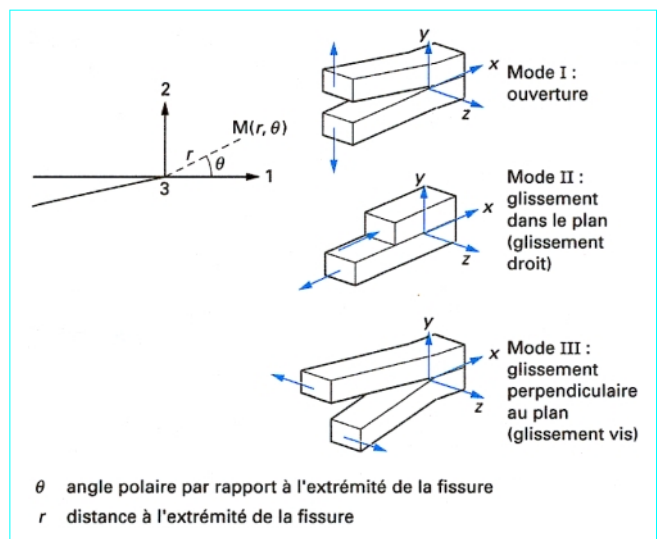


Figure 20 – Les trois modes de fissuration

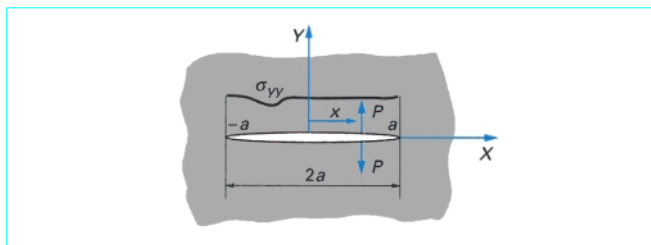


Figure 21 – Fissure traversante dans une plaque infinie

K ne dépend que de la géométrie de la pièce et de la fissure. Il permet de décrire l'amplitude des contraintes élastiques au voisinage de l'extrémité de la fissure.

Le tableau 1 donne des exemples de la fonction $Y(a)$ pour des géométries simples présentant une ou deux fissures traversantes.

4.2 Détermination du facteur d'intensité de contrainte (mode I)

4.2.1 Méthodes analytiques

La difficulté principale dans l'utilisation des principes de la mécanique linéaire de la rupture réside dans la détermination des facteurs d'intensité de contrainte traduisant l'état de contrainte et de déformation au voisinage du fond de fissure.

En effet, les géométries et les chargements des pièces réelles sont souvent complexes, de sorte que la détermination analytique exacte est laborieuse et parfois impossible.

Calcul de K pour une fissure de longueur $2a$ traversante dans une plaque infinie (figure 21) soumise à des charges P à une distance x de l'axe :

$$K = f(x, a) \cdot P \quad \text{avec } P = \sigma_{yy}(x) \cdot dx$$

$f(x, a)$ est appelée fonction de Green. Pour cette géométrie, elle s'écrit :

$$f(x, a) = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$$

$$K = \int_{-a}^a \frac{\sigma_{yy}(x)}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$

4.2.2 Méthodes expérimentales

Elles permettent d'obtenir, dans certains cas, une valeur approchée de K . K est calculé indirectement par l'intermédiaire de grandeurs mesurables telles que déformation, compliance... Les méthodes expérimentales sont surtout utilisables en laboratoire. Citons, pour exemple, la photoélasticité [14].

4.2.3 Méthodes numériques

Les méthodes numériques, plus adaptées au monde industriel, permettent d'obtenir des valeurs approchées de K . Après discrétisation de la structure étudiée par éléments finis, les facteurs d'intensité de contrainte sont déduits du champ de contrainte ou déplacement local en fond de fissure.

4.3 Modélisation de la vitesse de propagation de fissures

Lors d'un cycle monotone de chargement en fatigue, K varie d'une valeur minimale à une valeur maximale. La vitesse de propagation $\frac{da}{dN}$ peut s'exprimer en fonction de cette variation de

$K(\Delta K)$: sur un graphe lg-lg, les points donnant la vitesse en fonction de ΔK s'alignent approximativement, dans la partie centrale du graphe, selon une droite comme l'ont montré en premier Paris et Erdogan en 1963 [10] :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m$$

avec m et C paramètres matériau.

Cette loi n'est plus vérifiée pour les faibles valeurs de ΔK . Il existe, en effet, une valeur seuil de non-fissuration notée ΔK_s . Pour les fortes valeurs de K , la fissuration s'accélère beaucoup par déchirure ductile et la rupture survient pour $K_{\max} = K_c$ (K_c valeur critique de K).

La figure 22 donne une représentation des différents domaines de propagation :

- **domaine 1** : il n'y a pas de propagation ;
- **domaine 2** : la propagation s'effectue suivant des mécanismes discontinus et subit l'influence importante de la microstructure ; la frontière avec le domaine précédent est définie par un seuil de non-fissuration ΔK_s ; ce seuil dépend principalement du rapport $R = K_{\min}/K_{\max}$;
- **domaine 3** : la propagation est stable ; la vitesse croît linéairement dans un graphique lg-lg ; dans ce domaine, le phénomène de stries par fatigue est prédominant ;
- **domaine 4** : la propagation devient instable et l'on tend vers la rupture brutale régie par la valeur de ténacité du matériau K_c .

Il existe des expressions traduisant tous les domaines. Citons la relation décrite dans NASA/FLAGRO 2.0 [11] :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C (\Delta K)^n \left(1 - \frac{\Delta K_s}{\Delta K}\right)^p}{\left(1 - \frac{\Delta K}{(1-R) \cdot K_c}\right)^q}$$

p , q et n paramètres matériau établis à partir de lissage de données expérimentales.

Puis, Elber [12] a montré qu'une fissure de fatigue dans une tôle d'aluminium peut se fermer lorsque l'ensemble de l'éprouvette se trouve encore soumis à une traction.

En effet, lorsqu'on cesse d'appliquer la sollicitation, les déplacements de la zone soumise à des déformations élastiques induisent des contraintes résiduelles de compression sur la zone soumise à des déformations plastiques (sillage plastique laissé par la pointe de fissure).

La plasticité n'est pas la seule cause responsable de la fermeture. D'autres causes ont été identifiées parmi lesquelles :

- la formation de dépôts d'oxyde entre les lèvres de la fissure : l'environnement influence ce phénomène de fermeture notamment près du seuil de non-fissuration ;
- les défauts d'emboîtement liés à la rugosité des surfaces de rupture : lorsque la rugosité est plus importante (taille de grains plus grande), la vitesse de fissuration est moins importante.

Elber a postulé qu'une fissure ne peut progresser que si elle est complètement ouverte : une partie de l'énergie fournie par le cycle de chargement *contre* les effets induits par la plasticité, l'oxydation

Tableau 1 – Fonction $Y(a)$ pour des géométries fissurées simples

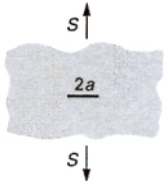
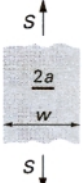

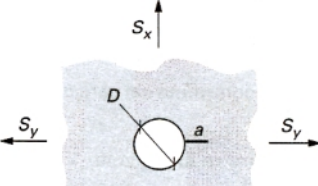
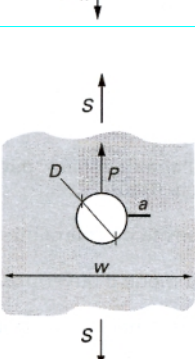
	<p>Fissure traversante de longueur $2a$ Plaque de dimension infinie Contrainte nominale : S</p>	$Y(a) = \sqrt{\pi \cdot a}$
	<p>Fissure traversante centrée de longueur $2a$ Plaque de longueur infinie, de largeur finie w Contrainte nominale : S</p>	$Y(a) = \alpha(a) \sqrt{\pi \cdot a}$ $\alpha(a) = \sqrt{\frac{1}{\cos(\pi \frac{a}{w})}}$
	<p>Fissure traversante latérale de longueur a Plaque de longueur infinie, de largeur finie w Contrainte nominale : S</p>	$Y(a) = \alpha(a) \sqrt{\pi \cdot a}$ $\alpha(a) = 1,12 - 0,231(a/w) + 10,55(a/w)^2 - 21,72(a/w)^3 + 30,39(a/w)^4$
	<p>Plaque infinie trouée Fissure traversante en bord de trou de longueur a</p>	$u = \frac{a}{D}$ $\lambda = \frac{S_y}{S_x} \quad B = \frac{1}{1+2u}$ $Y(a) = \alpha(a) \sqrt{\pi \cdot a}$ $\alpha(a) = (-0,00074 \cdot (1+\lambda) + 0,70920 \cdot B^0) + (-0,06391 \cdot (1+\lambda) + 0,68902B^1) + (-0,29411 \cdot (1+\lambda) + 0,65768B^3) + (-0,10113 \cdot (1+\lambda) + 0,52270B^2) + (-0,79179 \cdot (1+\lambda) + 1,91920B^4)$
	<p>Plaque de longueur infinie, de largeur finie w Fissure traversante en bord de trou de longueur a Chargement sur la fixation : P Contrainte à l'infini : S</p>	$Y(a) = \alpha(a) \sqrt{\pi \cdot a} + 0,3415z^2 + 0,642z^3$ $\alpha(a) = \beta F_0 + (1-\beta)F_1 + 0,9196z^4$ <p>$0 < \beta < 1$ F_0 correspond à S F_1 correspond à P</p> $u = \frac{a}{D} \quad z = \frac{1}{1+2u} \quad g_w = \sqrt{\frac{1}{\cos(x_1)}}$ $x_1 = \frac{\pi}{2} \frac{D+a}{w-a}$ $g_0 = 0,7071 + 0,7548z$ $g_1 = g_0 \frac{w}{\pi(D+a)} \sqrt{\frac{D}{D+2a}}$ $F_0 = g_0 \cdot g_w$ $F_1 = \left(\frac{g_0}{2} + g_1\right) \cdot g_w$

Tableau 1 – Fonction $Y(a)$ pour des géométries fissurées simples (suite)

	<p>Plaque de longueur infinie, de largeur finie w Deux fissures traversantes en bord de trou de longueur a Chargement sur la fixation : P Contrainte à l'infini : S</p>	$Y(a) = \alpha(a) \sqrt{\pi \cdot a} \quad -4,47z^3 + 3,52z^4$ $\alpha(a) = \beta F_0 + (1 - \beta) F_1$ $0 < \beta < 1$ <p>F_0 correspond à S F_1 correspond à P</p> $u = \frac{a}{D} \quad z = \frac{1}{1 + 2u}$ $x_1 = \frac{\pi}{2} \frac{D + 2a}{w}$ $g_0 = 1 - 0,15z + 3,46z^2$ $g_1 = g_0 \frac{w}{\pi(D + 2a)}$ $g_w = \sqrt{\frac{1}{\cos(x_1)}}$ $F_0 = g_0 \cdot g_w$ $F_1 = \left(\frac{g_0}{2} + g_1\right) \cdot g_w$
--	--	--

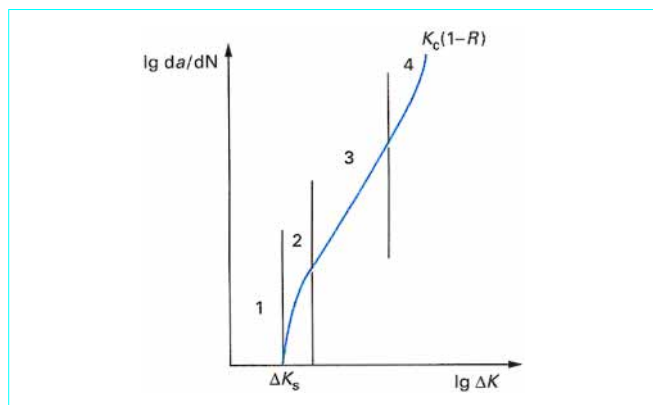


Figure 22 – Vitesse de propagation de fissure

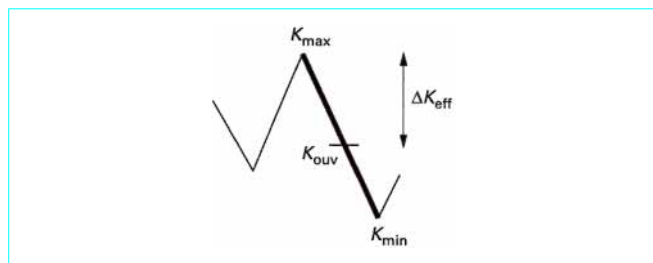


Figure 23 – Partie efficace du cycle de chargement

et les défauts d'emboîtements entre lèvres. La partie restante participe effectivement à l'avancée de la fissure (figure 23) :

$$\frac{da}{dN} = C_{eff} (\Delta K_{eff})^m$$

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv}$$

$$\Delta K_{eff} = U (K_{max} - K_{min})$$

avec K_{ouv} niveau d'ouverture,
 U loi d'ouverture.

Lorsque R atteint une valeur comprise entre 0,6 et 0,7, K_{ouv} est peu différent de K_{min} : la fissure est toujours ouverte (figure 24).

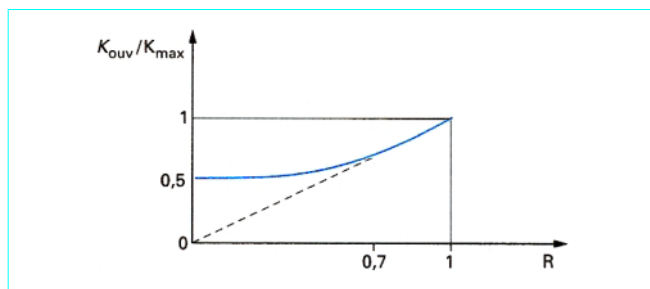


Figure 24 – Rapport K_{ouv}/K_{max}

Elber propose une relation linéaire pour exprimer la loi d'ouverture : $U = A + BR$ avec A et B paramètres matériau. Cette relation n'est valable que pour $0 \leq R < 1$. Pour les rapports R négatifs, c'est-à-dire avec passage en compression, nous utilisons une autre formulation :

$$U = A \left[1 + \frac{1-A}{A} \frac{2 \cdot (-S_{min})}{R_m + R_p} \right]$$

avec A paramètre de la loi d'Elber,
 R_m contrainte à rupture,
 R_p limite d'élasticité,
 S_{min} contrainte minimum de cycle.

Elle respecte deux hypothèses :

- la continuité avec la loi d'Elber à $R = 0$;
- pour $(-S_{min}) = \frac{R_m + R_p}{2}$, l'ouverture est égale à 1.

On considère, en effet, qu'un passage en compression diminue fortement les phénomènes de fermeture. La valeur limite est définie par la moyenne entre la contrainte à rupture et la limite d'élasticité.

4.4 Détermination de la longueur critique de la fissure a_c

La fissure propage jusqu'à une longueur a_c correspondant à la rupture. Plusieurs types de ruptures sont constatés.

Considérons une plaque de grande dimension en aluminium (2024 T351 par exemple). Une fissure initiale débouchante de longueur $2a$ est située en son centre (figure 25).

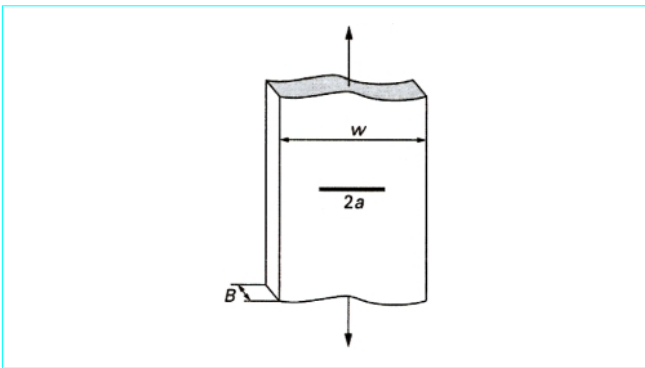


Figure 25 - Fissure traversante dans une plaque de longueur infinie

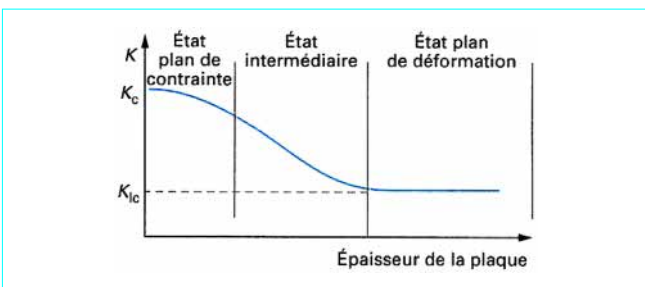


Figure 26 - Ténacité du matériau

■ **Premier cas** : la plaque a une forte épaisseur. Nous sommes dans un état plan de déformation, c'est-à-dire que la déformation dans le sens de l'épaisseur est nulle et le plan de rupture est orthogonal à la direction de la sollicitation.

Si l'on applique un chargement statique croissant, lorsque K atteint une valeur caractéristique du matériau K_{Ic} , la fissure initiale propage très rapidement de façon instable et l'on assiste à la rupture brutale de la plaque (figure 26).

■ **Second cas** : la plaque a une faible épaisseur. Dans ce cas, nous sommes dans un état plan de contrainte, c'est-à-dire qu'aucune contrainte n'empêche la déformation dans le sens de l'épaisseur. La cassure est oblique et se fait par glissement et arrachement.

Lors d'un chargement statique croissant, la fissure initiale se propage pour une valeur de K proche de K_{Ic} , mais s'arrête très vite. Il faut alors augmenter le chargement pour obtenir un nouvel incrément de propagation de fissure. Il se produit ainsi une fissuration dite stable jusqu'à ce que le niveau de contrainte appliqué soit tel qu'il y ait rupture instable du ligament restant (K atteint alors une valeur K_c qui dépend de l'épaisseur de la plaque et de la longueur initiale de la fissure).

Pour un état plan de déformation, la valeur de K_{Ic} donne donc directement la longueur critique a_c . Pour un état plan de contrainte, a_c est déterminée par l'intermédiaire d'une courbe appelée « courbe R » (figure 27). Elle est obtenue par essais sur des éprouvettes de faible épaisseur : en élevant pas à pas la charge appliquée, nous obtenons une suite d'états à l'équilibre qui décrivent dans un graphe (K longueur de fissure) une courbe. À chaque incrément, la propagation se fait de façon stable par déchirure ductile. La rupture a lieu lorsque l'avancée de fissure devient instable.

Les propriétés attribuées à cette courbe sont :

- indépendance vis-à-vis de la longueur initiale de la fissure ;
- indépendance vis-à-vis de la géométrie de la structure.

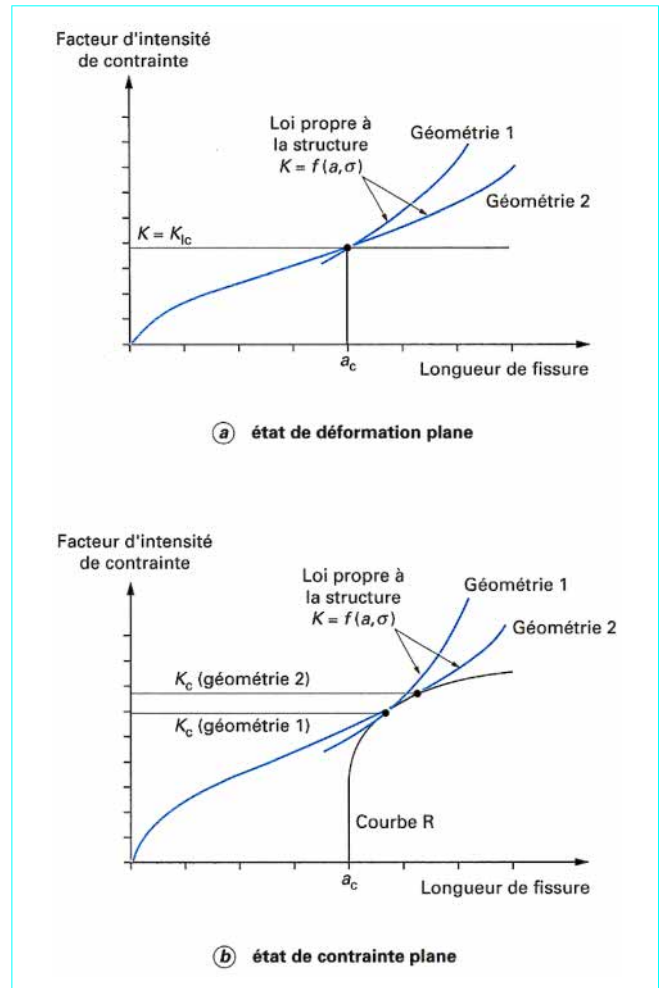


Figure 27 - Détermination de la longueur critique de la fissure a_c

Pour obtenir la longueur critique a_c , nous faisons tangenter la courbe R avec la courbe représentant la loi propre de la structure. Ce point de tangence correspond à l'instabilité.

Dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture, nous faisons l'hypothèse que la structure est totalement élastique. En fait, il se développe une zone plastique en pointe de fissure. Pour calculer de façon correcte K et obtenir une courbe R représentative, on considère une nouvelle longueur de fissure : $a_{effective} = a_{physique} + \text{correction plastique}$.

Irwin [13] propose la correction suivante :

$$\frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{R_p} \right)^2$$

2 : valeur en contrainte plane.

La détermination de la longueur critique peut se faire aussi par la relation donnée dans NASA/FLAGRO 2.0 :

$$\frac{K_c}{K_{Ic}} = 1 + B_k \cdot \exp\left(\frac{-A_k \cdot B}{B_0}\right)$$

avec B épaisseur de la plaque et $B_0 = 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{R_p} \right)^2$,

B_0 longueur du ligament restant entre la fissure et la surface de la pièce.

4.5 Cumul de l'avancée de fissure

4.5.1 Chargement monotone périodique

En utilisant la droite de Paris, nous pouvons directement calculer la durée de vie à rupture :

$$N = \frac{1}{C \cdot [U(\Delta S)]^m} \int_{a_i}^{a_c} \frac{da}{Y(a)^m}$$

avec a_i longueur initiale de fissure,
 a_c longueur critique,
 $\Delta S = S_{\max} - S_{\min}$ amplitude de contrainte nominale,
 m, c paramètres matériaux obtenus par lissage de données.

4.5.2 Chargement variable (spectre)

Comme pour le calcul en fatigue, les données établies sous sollicitation monotone, servent de base pour le calcul sous spectre.

Après avoir effectué la méthode du *Rainflow*, nous cumulons l'avancée de fissure de chaque cycle :

$$\Delta a_{\text{cycle}} = C [Y(a) \cdot (A + B \cdot R) \cdot \Delta S]^m$$

Si nous considérons que $Y(a)$ est constant sur un vol (l'avancée de fissure est faible sur un vol), nous pouvons faire apparaître une valeur caractéristique EFCL :

$$\Delta a_{\text{vol}} = C Y(a)_{\text{vol}}^m \cdot \Sigma [(A + B \cdot R)^m \Delta S^m]$$

$$\Delta a_{\text{vol}} = C Y(a)_{\text{vol}}^m \cdot \text{EFCL}$$

avec $\text{EFCL} = \Sigma [(A + B \cdot R)^m \Delta S^m]$ (efficacité en cumul linéaire).

Ainsi, une seule lecture du vol est suffisante pour pouvoir générer la courbe exprimant la longueur de fissure en fonction du nombre de vols : $a = f(N_{\text{vols}})$ (figure 28).

Ce modèle ne prend pas en compte les effets de surcharge qui retardent notablement l'avancée de fissure : après une surcharge, il se crée une zone résiduelle de compression en fond de fissure. Cette zone de compression a pour effet de fermer la fissure, réduisant l'amplitude effective de ΔK . Elle devient progressivement négligeable au fur et à mesure de l'avancée.

Les prédictions obtenues par cumul linéaire sont donc conservatives.

Calcul de l'avancée de fissure dans le cas du spectre de chargement décrit dans l'encadré du paragraphe 3.5.4.

Après avoir effectué la méthode du Rainflow, nous calculons l'efficacité du vol en cumul linéaire :

$$\text{EFCL} = \Sigma [(A + B \cdot R)^m \Delta S^m]$$

Le matériau de l'élément est un alliage d'aluminium 2024 T351. Les paramètres de la droite de Paris et du modèle d'Elber sont les suivants :

$$m = 3; C = 0,236 \cdot 10^{-10};$$

$$A = 0,69; B = 0,31;$$

$$R = 0,1; S = 280$$

Avec ce jeu de données, la vitesse de fissuration est exprimée en mm/cycle et ΔK en MPa $\sqrt{\text{mm}}$.

$$\text{EFCL} = 13\,179\,600$$

La pièce étudiée est une plaque de dimension « infinie ». La fissure est traversante. D'où : $Y(a) = \sqrt{\pi \cdot a}$

$$\Delta a_{\text{vol}} = 0,236 \cdot 10^{-10} \cdot (\pi \cdot a)^{3/2} \cdot 13\,179\,600$$

$$\Delta a_{\text{vol}} = 0,311\,04 \cdot 10^{-3} \cdot (\pi \cdot a)^{3/2} \text{ mm}$$

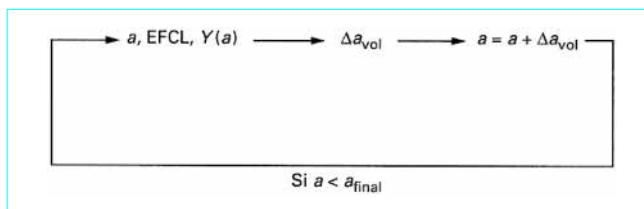


Figure 28 – Génération de la courbe $a = f(N)$

Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger

par **Didier DUPRAT**

Docteur ingénieur en Génie mécanique
Bureau d'études. Aérospatiale Toulouse.

Bibliographie

Références

- [1] FRANÇOIS (D.). – *The influence of the micro-structure on fatigue. Proceeding of the Nato Advanced Study Institute on Advances in Fatigue Science and Technology*. École centrale des arts et manufactures, Portugal, 4-15 avril 1988.
- [2] DUPRAT (D.). – *Fatigue damage calculation in stress concentration fields under variable uniaxial stress*. Int. J. Fatigue, 18, n° 4, p. 245-253 (1995).
- [3] NEUBER (H.). – *Theory of stress concentration for shear-strained prismatic bodies with arbitrary non-linear stress-strain law*. J. Appl. Mech., 28, p. 544-551 (1961).
- [4] COFFIN (L.F.) et TAVERNELLI (J.F.). – *A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal*. Trans. ASME, vol. 76, p. 931-950 (1954).
- [5] MANSON (S.S.) et HALFORD (G.R.). – *Behavior of materials under conditions of thermal stress. Heat transfer symposium*. Univ. of Michigan Engineering Research Institute, p. 9-75 (1953).
- [6] MORROW (J.). – *Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals*. ASTM STP 378, American Society for Testing and Materials, p. 45-87 (1965).
- [7] MINER (M.A.). – *Cumulative damage in fatigue*. Trans. ASME, J. of Appl. Mech., vol. 67, p. A159-A164 (1945).
- [8] DOWNING (S.D.) et SOCIE (D.F.). – *Simple rainflow counting algorithms*. Int. J. Fatigue, p. 31-39 (1982).
- [9] DOWLING (N.E.). – *Estimation and correlation of fatigue lives for random loading*. Int. J. Fatigue, 10, n° 3, p. 179-185 (1988).
- [10] PARIS et ERDOGAN. – *A critical Analysis of crack propagation laws*. TRANS ASME, J. Bas. Eng., 85, p. 528-534 (1963).
- [11] Esacrack user's manual, European space agency, European Space Research and Technology Centre, Keplerlaan 1, Noordwijk, The Netherlands, sept. 1995.
- [12] ELBER. – *Fatigue crack closure under cyclic tension*. Eng. Fracture Mech. 2, p. 37-45 (1970).
- [13] IRWIN. – *Plastic zone near a crack and fracture toughness*. Proc. 7th Fagamore conf., p. IV-63 (1960).
- [14] AVRIL (J.). – *Encyclopédie d'analyse des contraintes*. Micromesures.
- [15] BROEK (D.). – *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Sijthoff and Noordhoff Intern. Publ. B.V. (1978).
- [16] BARTHÉLÉMY (B.). – *Notion pratique de mécanique de la rupture*. Eyrolles Paris.

Dans les Techniques de l'Ingénieur

- [17] POMEY (G.) et LIEURADE (H.P.). – *Essais de fatigue*. M 130, traité Matériaux métalliques, oct. 1982.
- [18] FRANÇOIS (D.). – *Essais de rupture*. M 126, traité Matériaux métalliques, juil. 1996.

Reuves

- Engineering Fracture Mechanics*. Professor Harold Liebowitz, c/o A.E.R.D.C.O., États-Unis.
- Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, (K.J.) Miller, Department of Mechanical and Process Engineering, University of Sheffield.
- International Journal of Fatigue*.
- Dr Les P. Pook, Senior Research Fellow, Department of Mechanical Engineering, University College London.
- La Recherche Aérospatiale*, Châtillon, France.