

Exercice 19. 6

Energie interne d'un gaz de Van der Waals

On considère une mole d'azote qui obéit à l'équation de Van der Waals :

$$\left(p + \frac{a}{v_m^2} \right) (v_m - b) = RT \quad \text{avec } a = 0,13 \text{ SI et } b = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ SI}$$

Son énergie interne a pour expression :

$$U(T, v_m) = C_{v_m} T - a/v_m$$

Elle occupe initialement le volume $v_{m1} = 25 \text{ L}$ à la température $T_1 = 300 \text{ K}$ et on la comprime isothermiquement jusqu'au volume $v_{m2} = 12,5 \text{ L}$.

- Donner les unités de a et b dans l'équation de Van der Waals.
- Calculer les pressions initiale et finale, ainsi que le travail et le transfert thermique reçu par le gaz au cours de cette transformation.

Corrigé exercice 19.6

Energie interne d'un gaz de Van der Waals

A est homogène au produit d'une pression par un volume molaire au carré donc l'unité est le $\text{Pa} \cdot \text{m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}$ soit en $\text{J} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-2}$.

b est homogène à un volume molaire soit en $\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2} \text{ soit } \boxed{P_i = 9,98 \cdot 10^4 \text{ Pa}, P_f = 1,99 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

Pour une transformation isotherme :

$$\Delta U = -a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) = -520 \text{ J}$$

$$\delta W - PdV = -\frac{RTdV}{V-b} + \frac{adV}{V^2} \text{ donc } W = -RT \ln \left(\frac{V_f - b}{V_i - b} \right) - a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$$

A N W = 1,83 kJ, d'autre part d'après le premier principe Q = ΔU - W = - 2,35 kJ