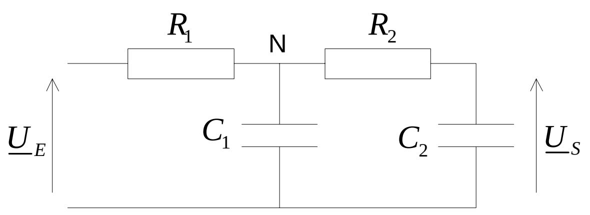
-EXERCICE 6.2-

• ENONCE :

« Diagramme de Bode du produit de 2 transferts du 1er ordre »



1) Calculer la fonction de transfert : $\underline{H} = \dfrac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E}$

La mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

On se contentera de donner l'équation dont ω_1 et ω_2 sont solutions .

2) En supposant $\omega_2 \gg \omega_1$, tracer sommairement le diagramme de Bode de ce transfert.

 Christian MAIRE

• CORRIGE :

«Diagramme de Bode du produit de 2 transferts du 1er ordre »

1) Comme dans l'exercice 6.1, on applique le théorème de Millman au point N :

$$\underline{V}_N = \frac{\frac{\underline{U}_E}{R_1} + 0 + \frac{\underline{U}_S}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + jC_1\omega + \frac{1}{R_2}}$$; un diviseur de tension fournit: $$\underline{U}_S = \underline{V}_N \times \frac{\frac{1}{jC_2\omega}}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} = \underline{V}_N \times \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega}$$

• En éliminant $\underline{V}_N$ entre les 2 relations obtenues, on aboutit finalement à :

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1\omega_2} + j\omega\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right)}$$

• Par identification, il vient : $\boxed{\omega_1\omega_2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$ et $\boxed{\omega_1 + \omega_2 = \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_2} + \frac{1}{R_2C_1}}$

• ω_1 et ω_2 sont donc solutions de $\omega^2 - s\omega + p = 0$, avec $s = \omega_1 + \omega_2$ et $p = \omega_1\omega_2$.

2) **Courbe de gain :**

$$\boxed{H_{dB} = 20\log|\underline{H}| = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_1^2}} \times \sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_2^2}}}\right) = -10\log\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) - 10\log\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)}$$

• La condition $\omega_2 \gg \omega_1$ va permettre de simplifier l'étude ; pour tracer le diagramme asymptotique, nous allons distinguer 3 domaines :

- ♦ $\omega \ll \omega_1$: $\boxed{H_{dB} \simeq -10\log(1) = 0\ dB}$
- ♦ $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$: $\boxed{H_{dB} \simeq 20\log\omega_1 - 20\log\omega}$ (droite de pente –20dB/décade)
- ♦ $\omega \gg \omega_2$: $\boxed{H_{dB} \simeq 20\log(\omega_1\omega_2) - 40\log\omega}$ (droite de pente –40dB/décade)

• **Courbe de l'argument :**

- ♦ $\omega \ll \omega_1$: $\underline{H} \simeq 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi = Arg\,\underline{H} \simeq 0}$
- ♦ $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$: $\underline{H} \simeq \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_1}} = -j\frac{\omega_1}{\omega}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi \simeq -\pi/2}$
- ♦ $\omega \gg \omega_2$: $\underline{H} \simeq \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_1} \times j\frac{\omega}{\omega_2}} = -\frac{\omega_1\omega_2}{\omega^2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi \simeq -\pi}$

• Enfin, on sait que pour $\omega = \omega_1$ et $\omega = \omega_2$, la courbe de gain réelle passe à –3dB en dessous de la courbe asymptotique et que la courbe de l'argument passe à $-\pi/4$ de la courbe asymptotique ; on en déduit les courbes suivantes :